UNIVERSIDAD DE SEVILLA
FACULTAD DE FÍSICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA Y ELECTROMAGNETISMO

METAMATERIALES MAGNÉTICOS DE ANILLOS RESONANTES PARA APLICACIONES EN IMAGEN MÉDICA POR RESONANCIA MAGNÉTICA

Tesis Doctoral presentada por
José Miguel Algarín Guisado

Sevilla, Diciembre 2014

METAMATERIALES MAGNÉTICOS DE ANILLOS RESONANTES PARA APLICACIONES EN IMAGEN MÉDICA POR RESONANCIA MAGNÉTICA

Tesis Doctoral presentada por
José Miguel Algarín Guisado

Director:

Manuel José Freire Rosales
Profesor Titular de Universidad

Departamento de Electrónica
y Electromagnetismo
Facultad de Física
Universidad de Sevilla

Índice general

Introducción

La presente memoria recoge los resultados de una investigación multidisciplinar que combina la reciente disciplina de los metamateriales electromagnéticos con la técnica de obtención de imágenes médicas mediante resonancia magnética. La resonancia magnética (RM) [1] es una de las principales técnicas de obtención de imágenes médicas junto con la tomografía axial computerizada (TAC), la ecografía por ultrasonidos y la tomografía por emisión de positrones (PET, por sus siglas en inglés *Positron Emission Tomography*). De entre todas estas técnicas, la RM y el TAC son las que ofrecen mejor resolución de imagen, pero mientras que el TAC hace uso de Rayos X, en la RM se emplean radiaciones no ionizantes, lo que hace que la RM carezca de los riesgos asociados a exposiciones prolongadas que sí presenta el TAC. No obstante, frente al TAC, la principal desventaja de la RM es que requiere un intervalo de tiempo mayor para adquirir las imágenes, lo que puede resultar incómodo para el paciente además de hacer muy difícil la obtención de imágenes en tiempo real que muestren, por ejemplo, la actividad cardíaca de forma instantánea. La RM se basa en la aplicación de campos magnéticos estáticos muy intensos (desde 0.2 a 7 Teslas) y la detección de ondas electromagnéticas muy débiles en el rango de la radiofrecuencia (RF). Los avances actuales en cuanto a resolución y rapidez de adquisición de la imagen se basan en el empleo de campos magnéticos cada vez más intensos. Así, los equipos de RM comercializados abarcan desde 0.2 a 3 Teslas, y aún cuando existen prototipos que alcanzan los 7 Teslas, cuyo desarrollo se haya impulsado principalmente por investigaciones en neurociencia, las actuales condiciones regulatorias referidas a la exposición a campos electromagnéticos no facilitan la comercialización de estos prototipos. La alternativa al empleo de campos magnéticos más intensos es la optimización en la detección de la RF, que de manera convencional se realiza mediante bobinas detectoras.

En relación con esto último resulta de interés la reciente disciplina de los metamateriales electromagnéticos surgida en el campo del Electromagnetismo aplicado durante la pasada década. Los metamateriales son estructuras periódicas artificiales fabricadas a partir de elementos conductores y aislantes convencionales pero que debido a su peculiar estructura pueden exhibir propiedades eléctricas y/o magnéticas no presentes en ningún compuesto natural, como por ejemplo la posibilidad de presentar una permitividad dieléctrica (ε) y una permeabilidad magnética (μ) ambas negativas simultáneamente [2]. Una de las principales limitaciones de los metamateriales es que al ser fabricados mediante elementos resonantes, poseen una respuesta en frecuencia muy limitada, esto es, un ancho de banda muy estrecho. Sin embargo, esta limitación no supone ningún problema para una posible aplicación de los metamateriales en RM, ya que las señales de RF típicas de la RM ($\sim$MHz) son de ancho de banda muy estrecho (decenas de kHz). Junto a esto, hay que añadir que los metamateriales ofrecen la posibilidad de manipular el campo electromagnético de un dispositivo en la región de campo próximo, esto es, a distancias inferiores a la longitud de onda, que corresponde precisamente a la región de operación de los dispositivos detectores en RM.

Una de las aplicaciones más atractivas de los metamateriales radica en la posibilidad de fabricar lentes para el campo electromagnético que superen el límite de resolución impuesto por la óptica clásica [3], esto es, una lente de metamaterial puede proporcionar una imagen del campo electromagnético con una resolución inferior a la longitud de onda, o resolución sub-λ, a distancias de la lente correspondientes a la región de campo próximo [2]. Las lentes de metamaterial consisten en láminas planas en las que $\varepsilon = -1$ o $\mu = -1$, dependiendo de si la fuente de campo electromagnético es puramente eléctrica (como un dipolo eléctrico) o magnética (como una espira de corriente) [2]. En el caso de una lente de metamaterial con aplicación en RM, dicha lente debería consistir en una lámina con $\mu = -1$ que interaccionase con el campo magnético de RF pero no con el campo magnético estático, ya que éste no debe ser perturbado para preservar su extremada homogeneidad. La capacidad de estas lentes para trasladar la distribución de campo existente en un plano fuente paralelo al plano de la lente, hasta un plano imagen situado al otro lado de la lente, puede ser de utilidad para tratar de aumentar la distancia de penetración de las bobinas detectoras de RM en el interior del tejido, y con ello la relación señal-ruido de las bobinas. La relación señal-ruido constituye el parámetro esencial en RM junto con el tiempo de adquisición de la imagen. Por otro lado, la combinación de bobinas de RF con láminas de metamaterial de valores de permeabilidad nula ($\mu = 0$), que rechazarían el campo de RF, o muy alta ($\mu \to \infty$), que confinarían el campo, podría ayudar también a incrementar localmente la relación señal-ruido de las bobinas en determinadas configuraciones, como se demostrará más adelante en la memoria.

La peculiaridad de la RM frente a las distintas técnicas de obtención de imagen médica radica en el hecho de que la resolución que proporciona en las imágenes ($\sim$mm) es mucho menor que la longitud de onda de la radiación que se emplea ($\sim$m). En la RM convencional esto es posible gracias a que no se emplean procedimientos ópticos para obtener información espacial a partir de las señales de RF, sino que esta información se codifica en la fase y en la frecuencia de estas señales mediante gradientes de campo magnético estático que se superponen al campo homogéneo. Los detectores de RF que reciben estas señales en la RM no pueden discriminar la procedencia espacial de las señales porque estos detectores consisten en bobinas que poseen dimensiones muy inferiores a la longitud de onda asociada a la RF y operan en la región de campo cercano. Sin embargo, una lente de metamaterial puede permitir a una de estas bobinas obtener información extra sobre la procedencia espacial de las señales. En última instancia, esto puede contribuir a la reducción en el tiempo de adquisición de la imagen, la principal desventaja de la RM frente al TAC, si la lente se combina con las técnicas existentes de obtención de imágenes de RM en paralelo (RMp) [4]-[9].

Así, teniendo en cuenta que la relación señal-ruido y el tiempo de adquisición son los parámetros esenciales en RM, en el presente trabajo se investiga la aplicación en RM de láminas de metamaterial consistentes en estructuras periódicas de anillos resonantes con valores de permeabilidad tales como $\mu = -1$, $\mu = 0$ o $\mu \to \infty$, orientadas a la mejora de la relación señal-ruido de bobinas de superficie, y la aplicación de láminas con $\mu = -1$ en RMp para la mejora del tiempo de adquisición. En la memoria se realiza una introducción a los fundamentos físicos de la RM y de los metamateriales en los dos primeros capítulos. Así, en el capítulo 1 se exponen los conceptos más relevantes de la RM como son el teorema de reciprocidad o la definición de la relación señal-ruido. Además se explica el proceso que se sigue para la generación de imágenes de RM así como se introduce brevemente la técnica de RMp. El capítulo 2 se centra en la exposición de los fundamentos físicos de los metamateriales y, más en detalle, de las propiedades de las láminas con μ negativa actuando como lentes con resolución sub-λ. En el capítulo 3 se realiza un análisis de la resolución de láminas de metamaterial con μ negativa para el campo magnético de RF, fabricadas a partir de estructuras periódicas de anillos conductores resonantes. Se caracteriza la permeabilidad efectiva de este tipo de láminas haciendo uso de un modelo circuital para el anillo resonante y de un modelo de homogeneización simple para la estructura. La resolución proporcionada por este tipo de estructuras se investiga de forma detallada a partir del análisis numérico de su función de transferencia, haciendo uso del software CST *Microwave Studio*, y experimentalmente a partir de medidas directas de la resolución. Este análisis numérico y experimental se lleva a cabo partiendo de una red tridimensional de resonadores [10] y para variaciones de esta estructura en la que se suprimen los anillos resonantes de las interfaces externas de la estructura, al objeto de investigar que estructura discreta concreta muestra un comportamiento más similar al de un medio homogéneo. En el capítulo 4 se describen dos métodos desarrollados para el cálculo de la relación señal-ruido de una bobina de superficie como las usadas típicamente en RM, estando la bobina en presencia de una lámina de metamaterial y de una muestra conductora con propiedades eléctricas similares a la del tejido humano. Estos dos métodos se basan en dos modelos de la lámina de metamaterial que denominamos modelo continuo y modelo discreto.

Haciendo uso de los métodos presentados se realiza un análisis de la sensibilidad, de la resistencia eléctrica y de la relación señal-ruido de bobinas de superficie combinadas con lentes con $\mu = -1$ en diferentes configuraciones. Finalmente se realiza una comparación de los resultados proporcionados por ambos modelos con medidas experimentales. En el capítulo 5 se investiga el uso de bobinas de superficie combinadas con lentes con $\mu = -1$, como las analizadas anteriormente en el capítulo 3, al objeto de tratar de aumentar la relación señal-ruido proporcionado por estas bobinas. Para llevar a cabo este análisis se hace uso de la herramienta numérica basada en el modelo denominado discreto detallado en el capítulo 4. Con este modelo se realiza una investigación de la estructura de anillos resonantes óptima que proporciona la relación señal-ruido máxima. Una vez encontrada esta estructura óptima se investiga su capacidad para incrementar la relación señal-ruido a distintas frecuencias de trabajo correspondientes a las frecuencias de Larmor de los sistemas de RM más comúnmente usados, esto es, sistemas de 0.5, 1.5 y 3 Teslas. Para ello se realiza un análisis numérico que se valida con resultados experimentales. Estos resultados experimentales se han obtenido tanto en el laboratorio mediante un analizador de redes como también mediante experimentos efectuados en escáneres de RM. Además, en el capítulo 5 también se realiza una investigación detallada de la capacidad de medios con $\mu = 0$ o $\mu \to \infty$ para expulsar o confinar, respectivamente, las lineas de campo magnético de RF para una aplicación orientada también a la mejora de la relación señal-ruido de bobinas de superficie. Esta última investigación se valida también experimentalmente mediante medidas efectuadas en escáneres de RM. Finalmente, en el capítulo 6 se realiza un estudio detallado de la aplicación de lentes con $\mu = -1$ en la adquisición de imágenes mediante la técnica de RMp. En primer lugar se lleva a cabo un estudio experimental para constatar la capacidad de las lentes de $\mu = -1$ para localizar el campo de visión de bobinas en un arreglo, lo que resulta de interés en RMp [4]. Este estudio se realiza a partir de imágenes obtenidas en un escáner de RM. A continuación se realiza un análisis teórico de la correlación de ruido y del efecto sobre el ruido introducido como consecuencia del proceso de reconstrucción de imágenes proporcionado por estas lentes en combinación con la técnica de RMp denominada GRAPPA [8],[9], y se obtienen resultados numéricos que se validan mediante resultados experimentales obtenidos en el laboratorio y en escáneres de RM. La técnica GRAPPA se discute en detalle en uno de los apéndices de la memoria. Para los experimentos de RM se han diseñado y fabricado bobinas de RM como las usadas comercialmente, cuyas reglas de diseño y procedimiento de fabricación se detallan también en otro apéndice.

Capítulo 1

Fundamentos físicos de la obtención de imágenes médicas por resonancia magnética

1.1. Introducción

La Resonancia Magnética (RM) es una de las principales técnicas de obtención de imágenes médicas junto con la Tomografía Axial Computerizada (TAC), la Ecografía por Ultrasonidos y la Tomografía por Emisión de Positrones (PET, por sus siglas en inglés). De entre todas estas técnicas, la RM y el TAC son las que ofrecen mayor resolución de imagen, pero mientras que el TAC hace uso de Rayos X, en la RM se emplean radiaciones no ionizantes, lo que hace que la RM carezca de los riesgos asociados a exposiciones prolongadas que sí presenta el TAC. No obstante, frente al TAC, la principal desventaja de la RM es que requiere un intervalo de tiempo mayor para adquirir las imágenes, lo que puede resultar incómodo para el paciente [1]. La técnica de imagen médica por RM se basa en el fenómeno de la RM nuclear (RMN) [11]. Este fenómeno fue descubierto en 1946 por Felix Bloch y Edward Purcell (ambos recibieron por ello el premio Nobel de Física en 1952), pero no fue hasta 1973 cuando Lauterbur obtuvo la primera imagen médica por medio de esta técnica [12]. La RMN se manifiesta en núcleos con un número impar de protones o neutrones, de tal manera que el momento de espín total del núcleo es distinto de cero y estos átomos se comportan como pequeños imanes ante la presencia de campos magnéticos externos. En presencia de un campo externo, los estados del núcleo que difieren en su orientación del momento magnético nuclear con respecto al campo poseen diferentes niveles de energía. Si un conjunto de núcleos se irradia con pulsos de ondas electromagnéticas se generan transiciones entre los niveles al absorber y reemitir los núcleos la energía de estas ondas. De esta forma es posible reconstruir una imagen a partir de la medida de las señales reemitidas. Dado que el núcleo más abundante en el organismo es el hidrógeno (^1_1H), la imagen por RM se basa en la RMN de este núcleo. La energía necesaria para inducir transiciones entre los niveles de energía del hidrógeno en presencia de campos magnéticos del orden del Tesla corresponde a la energía de ondas electromagnéticas cuya frecuencia corresponde al rango de los MHz (radiofrecuencia o RF) [11]. Así, la RM es una técnica compleja que se basa por un lado en la aplicación de campos magnéticos estáticos muy intensos (desde 0.2 a 7 Tesla) generados mediante imanes permanentes de tierras raras para los valores más bajos (0.2 a 1 T) y mediante bobinas superconductoras para los más altos (1.5 a 7 T), y por otro lado en la detección de ondas electromagnéticas de RF muy débiles mediante electrónica sofisticada. Los avances actuales en cuanto a resolución y rapidez de adquisición de la imagen se basan en el empleo de campos magnéticos cada vez más intensos. Así, los equipos de RM comercializados abarcan desde 0.2 a 3 Tesla, y aún cuando existen prototipos que alcanzan los 7 Tesla para humanos (y hasta 17.6 Tesla para animales), estando su desarrollo impulsado principalmente por investigaciones en neurociencia, las actuales condiciones regulatorias referidas a la exposición a campos electromagnéticos no facilitan la comercialización de estos prototipos. La alternativa al empleo de campos magnéticos más intensos es la optimización en la detección de la RF. La posible aplicación de los metamateriales en este punto es el principal objetivo de investigación de la presente tesis.

1.2. Fundamentos físicos de la resonancia magnética nuclear

1.2.1. Mecánica del momento magnético en presencia de un campo magnético

Como se ha mencionado, la técnica de imagen médica por RM se basa en el fenómeno de RMN que experimenta el momento magnético nuclear en presencia de un campo magnético estático. Así, supóngase que se aplica a un núcleo con momento magnético no nulo, $\vec{\mu}$, un campo magnético externo a lo largo de la dirección z de un sistema cartesiano, esto es, $\vec{B}_0 = B_0\hat{z}$. La torsión o torque, $\vec{N}$, que experimenta el momento magnético, $\vec{\mu}$, bajo la acción de este campo es [13]:

$$\vec{N} = \vec{\mu} \times \vec{B}_0. \tag{1.1}$$

Por otro lado, la ecuación clásica de movimiento de un momento angular,$\vec{J}$, debido a la acción de un torque, $\vec{N}$, es [13]:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{N}. \tag{1.2}$$

Combinando las ecuaciones anteriores se obtiene la relación siguiente entre la variación del momento angular de un núcleo, su momento magnético, y el campo magnético aplicado [13]:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B}_0. \tag{1.3}$$

La relación entre el momento magnético de un núcleo, $\vec{\mu}$, y su momento angular, $\vec{J}$, se obtiene experimentalmente como:

$$\vec{\mu} = \gamma\vec{J}, \tag{1.4}$$

donde γ es una constante de proporcionalidad que se denomina razón giromagnética [13]. Para el protón (o ${}^1_1H$) $\vec{\mu}$ corresponde al momento magnético asociado al espín y $\gamma\!\!\!-\, = \gamma/2\pi = 42{,}58$ MHz/T (la forma $\gamma\!\!\!-\, = \gamma/2\pi$ en lugar de γ es la más usada en los cálculos en RM) [11]. Combinando la relación anterior con la ecuación (1.3) se obtiene la ecuación clásica de movimiento del momento magnético [13]:

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\mu} \times \gamma \vec{B}_0, \tag{1.5}$$

cuya solución es

$$\begin{aligned} \mu_x(t) &= \mu_x(0)\cos(\omega_0 t) + \mu_y(0)\sin(\omega_0 t) \\ \mu_y(t) &= -\mu_x(0)\sin(\omega_0 t) + \mu_y(0)\cos(\omega_0 t) \\ \mu_z(t) &= \mu_z(0) \end{aligned} \tag{1.6}$$

y donde

$$\omega_0 = \gamma B_0. \tag{1.7}$$

La solución anterior muestra que la componente transversal de $\vec{\mu}$ gira en sentido horario en el plano xy alrededor de la dirección positiva del eje z, mientras que la componente z es independiente del tiempo. Por tanto $\vec{\mu}$ realiza un movimiento de precesión alrededor del campo externo (ver Fig. 1.1) con una frecuencia angular dada por (1.7), que se denomina frecuencia angular de Larmor [13].

Esta descripción clásica no impone ninguna restricción sobre los valores que puede tomar la componente longitudinal del momento angular de un núcleo, J_z. Sin embargo, en 1921 Stern y Gerlach desarrollaron una serie de experimentos con átomos de plata que demostraron que J_z solo puede tomar valores discretos o cuantizados [14]. La descripción cuántica predice entonces que para partículas con número cuántico de espín $j = 1/2$, tales como el protón, J_z sólo puede tomar dos valores, que se asocian a las dos únicas posibles orientaciones del espín en relación al campo externo: arriba (↑) o en el sentido del campo externo, y abajo (↓) o en sentido contrario al campo externo. Para cada una de estas dos orientaciones, el núcleo posee valores de energía, $E_\uparrow$ o $E_\downarrow$, de los cuales el valor más bajo corresponde al estado fundamental $E_\uparrow$ y se asocia a la orientación paralela al campo ↑. La transición del estado ↑ a ↓ se puede realizar por medio de la absorción de un fotón de energía $E = E_\downarrow - E_\uparrow = h\gamma\!\!\!^{-} B_0$. Por tanto, para fotones de energía $E = hf$ se dice que hay resonancia si la frecuencia del fotón es $f = E/h = \gamma\!\!\!^{-} B_0$, esto es, si

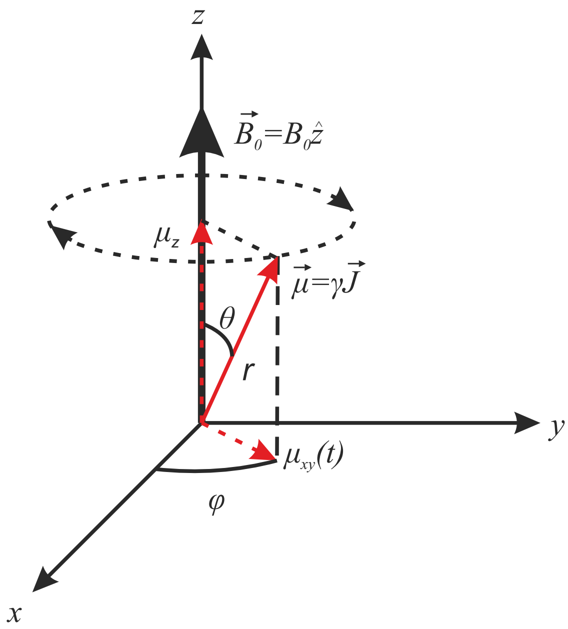

Figura 1.1: Movimiento descrito por el momento angular $\vec{J}$ y el momento magnético $\vec{\mu}$ en torno al campo externo $\vec{B}_0$.

coincide con la frecuencia de Larmor (1.7). Así, la frecuencia de la radiación electromagnética que induce transiciones de estado asociadas al momento angular en la descripción cuántica coincide con la frecuencia de precesión del momento angular en la descripción dada por la mecánica clásica.

1.2.2. Dinámica del vector imanación

Cada pixel en la imagen de RM se corresponde en la muestra con un pequeño elemento de volumen, o voxel [11], de unos 3 mm^3 en promedio. Un voxel contiene un número muy elevado de átomos de hidrógeno (del orden de 10^{23}). Cada uno de estos átomos se comporta como un pequeño imán con un momento magnético distinto de cero pero orientado aleatoriamente, por lo que la muestra no presenta imanación en ausencia de campo magnético externo. Si la muestra se somete a un campo magnético externo uniforme, en el equilibrio los átomos ya no se orientarán aleatoriamente, sino que se alinearán con el campo externo. Una descripción rigurosa del fenómeno de la RMN que experimenta cada núcleo en un voxel debe realizarse por medio de la mecánica cuántica. No obstante, dado que el número de átomos contenido en un voxel es muy elevado, se puede demostrar que el comportamiento de la imanación asociada a tan elevado número de espines es equivalente al comportamiento clásico del vector de imanación que resulta de la suma de todos los momentos magnéticos [11]. Así, en un voxel, el vector imanación, $\vec{M}$, viene dado por

$$\vec{M} = \sum_{i=0}^{n_s} \vec{\mu}_i, \tag{1.8}$$

donde n_s es el número de espines en cada voxel. Dado que el nivel de energía $\uparrow$ es el fundamental, debe haber más espines en este nivel. Por tanto, en el equilibrio la componente z del vector imanación debe estar orientada en la dirección del campo externo. Además, una distribución estadística clásica para un número elevado de espines tiene todas las posibles orientaciones para la componente transversal, de forma que la suma de estos se anula. En consecuencia, en el equilibrio el vector imanación será de la forma $\vec{M} = M_0\hat{z}$. Puede demostrarse que el movimiento de la imanación macroscópica, $\vec{M}$, en presencia de un campo magnético externo sigue la expresión (1.5) sustituyendo $\vec{\mu}$ por $\vec{M}$ [11]. Por tanto, el movimiento que realiza el vector imanación clásico asociado al conjunto de espines de un voxel es un movimiento de precesión similar al mostrado en la Fig. 1.1 para el momento magnético de una sola partícula y con una frecuencia igual a la frecuencia de Larmor.

El vector imanación $\vec{M}$ contiene información sobre las propiedades magnéticas de un voxel, ya que es proporcional al número de espines en el voxel. Esto sugiere la posibilidad de obtener una imagen a partir de la distribución espacial de $\vec{M}$. Sin embargo, resulta muy complejo medir de forma directa una imanación. Por contra, resulta mucho más sencillo medir una imanación variable en el tiempo ya que el campo magnético variable que produce puede inducir una fuerza electromotriz en un circuito eléctrico en virtud de la Ley de Faraday [13], lo que técnicamente es mucho más abordable. Es necesario entonces perturbar el estado de equilibrio de la imanación para poder medir la variación temporal que experimenta durante su vuelta al equilibrio. El estado de equilibrio se puede perturbar mediante fotones de frecuencia $f = \bar{\gamma}B_0$, que para el hidrógeno, dado el valor de su razón giromagnética $\bar{\gamma} = 42{,}58$ MHz/T [11], corresponde al rango de los MHz (RF) para campos del orden del Tesla. La imanación así perturbada volverá al estado de equilibrio mediante un movimiento de precesión-relajación con la frecuencia angular de Larmor ω_0. Es el movimiento de precesión de la imanación transversal al campo externo el que dará lugar a la inducción de una fuerza electromotriz en un circuito detector. Desde un punto de vista clásico, la excitación con fotones de RF corresponde a excitar la muestra con un campo magnético de RF generado por bobinas alimentadas con corriente alterna sinusoidal de frecuencia ω_0. Dado que la imanación $\vec{M}$ apunta en el equilibrio en dirección z, el campo de RF necesario para perturbar la imanación puede generarse mediante una bobina orientada en el eje x y otra orientada en el eje y, ambas alimentadas por la misma corriente alterna en cuadratura de fase [11]. Esto producirá un campo transversal de RF con amplitud constante B_1 del tipo $\vec{B}_1(t) = 1/\sqrt{2}(B_1\hat{x} + jB_1\hat{y})e^{-j\omega_0 t}$ en el plano xy. Así, en presencia del campo magnético estático, $\vec{B}_0$, y del campo magnético de RF, $\vec{B}_1(t)$, el vector imanación seguirá la ecuación de movimiento siguiente:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{M} \times \gamma(\vec{B}_0 + \vec{B}_1(t)). \tag{1.9}$$

Esto da lugar a una precesión del vector imanación alrededor tanto del eje definido por $\vec{B}_0$ como alrededor del eje definido por $\vec{B}_1$, lo que da lugar a un complejo movimiento en espiral como se muestra en la Fig. 1.2.a. Si se representa la imanación en un sistema de referencia $x'y'z'$ cuyos ejes $x'y'$ giren alrededor del eje z con frecuencia ω_0, se observará un campo $\vec{B}_1$ estacionario y el vector de imanación $\vec{M}$ precesionará de forma más sencilla simplemente girando alrededor de este campo con frecuencia $\omega_1 = \gamma B_1$ (Fig.1.2.b). Teniendo en cuenta que en el equilibrio el vector de imanación apunta en la dirección z, si se aplica un campo magnético $\vec{B}_1(t)$ durante un tiempo t mediante un pulso de corriente de esa duración aplicado en las bobinas generadoras de $\vec{B}_1$, después de ese tiempo el vector

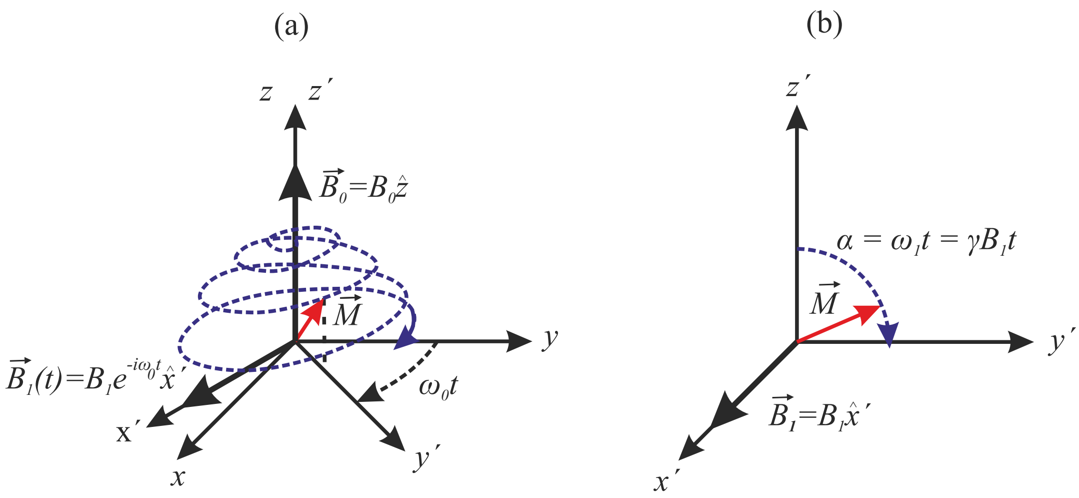

Figura 1.2: Esquema de la trayectoria del vector imanación durante el proceso de excitación. (a) En el sistema de referencia del laboratorio xyz la trayectoria es helicoidal esférica, (b) en un sistema de referencia $x'y'z'$ que gira en torno al eje z con velocidad angular ω_0 la trayectoria descrita es una circunferencia.

imanación habrá girado un ángulo α con respecto al eje z igual a $\alpha = \omega_1 t = \gamma B_1 t$, que se denomina ángulo de inclinación (o *flip angle* en su denominación en inglés [11]). De esta forma, la combinación de valores de B_1 y t permite apartar la imanación del equilibrio haciéndola girar el ángulo deseado con respecto al eje z. Es importante elegir una combinación de B_1 y t adecuada pues si por ejemplo el tiempo t se reduce a la mitad, para alcanzar el mismo ángulo es preciso duplicar el valor del campo B_1, lo que se traduce en un aumento de la potencia de RF con que se ha de excitar la muestra y con ello en un incremento del calor depositado en el tejido por efecto Joule, algo que finalmente puede dar lugar a un aumento no deseado en la temperatura de los tejidos.

En la práctica clínica de obtención de imágenes médicas mediante RM se dan dos ángulos de inclinación α importantes que dan nombre precisamente a los dos pulsos más comunmente usados:

- $\alpha = 90^{\circ}$: que corresponde a rotar la imanación hasta hacerla coincidir con el eje y', esto es $\vec{M} = M_0\hat{y}'$

- $\alpha = 180^o$: que corresponde a rotar la imanación hasta hacerla coincidir con el eje z' negativo, esto es $\vec{M} = -M_0\hat{z}'$

Una vez alcanzado el ángulo α deseado, el campo de RF se desconecta y la imanación retorna al estado de equilibrio donde la componente transversal de $\vec{M}$ es nula y la componente longitudinal pasa a ser de nuevo M_0. A este proceso de vuelta al equilibrio se le denomina relajación.

1.2.3. Relajación

Como se acaba de indicar, la relajación es el proceso por el cual la imanación vuelve al estado de equilibrio después de retirar el pulso de RF de excitación, de manera que la imanación longitudinal retorna a su valor máximo y la componente transversal a su valor nulo. Existen dos procesos de relajación denominados T1 y T2 por el tiempo característico diferente de cada uno de ellos [11]. El primero corresponde a la relajación de la componente longitudinal de la imanación, y el segundo a la relajación de la componente transversal. En contra de lo que pudiera parecer en un primer momento, la componente longitudinal y la transversal no retornan al equilibrio en la misma escala temporal.

El tiempo de relajación T1 mide cuánto tarda la componente longitudinal de la imanación en pasar de $M_0 \cos\alpha$ (valor inmediatamente posterior a la desconexión del campo de RF) a M_0. Esta relajación se produce por la interacción de los espines con el tejido circundante debido a la reemisión de la energía absorbida durante la incidencia del campo de RF [11]. El tiempo T1 depende de la capacidad de absorción de energía que tenga el medio circundante. La transferencia de energía al medio produce un aumento de las vibraciones de las moléculas y, por tanto, un aumento en la temperatura de los tejidos por efecto Joule, aunque menor que el producido por la absorción de energía de RF durante la excitación. Durante este proceso los espines nucleares vuelven a su estado de menor energía, y la componente longitudinal de la imanación vuelve a su estado de equilibrio M_0. El proceso de relajación longitudinal puede describirse según la ecuación [11]:

$$M_z(t) = M_0 \cos\alpha e^{-\frac{t}{T1}} + M_0(1 - e^{-\frac{t}{T1}}) \tag{1.10}$$

La relajación transversal T2 se produce como consecuencia de que los espines pueden estar rodeados de moléculas diferentes [11]. Esto hace que cada espín experimente un campo magnético diferente que resulta de la suma del campo magnético externo y del campo local producido por las moléculas cercanas. Por ello, cada espín podrá girar con una frecuencia angular ligeramente diferente, lo que se traduce en una pérdida de la coherencia de fase en el movimiento de rotación de los espines. Por todo ello, la componente transversal se va reduciendo en el tiempo de la manera siguiente [11]:

$$M_{xy}(t) = M_{xy}(0)e^{-\frac{t}{T2}}. \tag{1.11}$$

A la inhomogeneidad en el campo magnético estático debida a las variaciones introducidas por el entorno molecular se puede añadir una inhomogeneidad de origen técnico debido a la dificultad que entraña generar un campo puramente uniforme. Para distinguir entre ambos fenómenos se sustituye en la ecuación (1.11) el tiempo de decaimiento transversal $T2$ por $T2^*$, definido como

$$\frac{1}{T2^*} = \frac{1}{T2'} + \frac{1}{T2}, \tag{1.12}$$

donde $T2'$ da cuenta de la relajación transversal asociada a la inhomogeneidad de origen técnico.

El tiempo $T1$ siempre es mayor que $T2$ y además ambos dependen de cada tejido [11]. Por ejemplo en los tejidos grasos, $T1 = 100$ ms y $T2 = 50$ ms mientras que en el agua $T1 = 2000$ ms y $T2 = 100$ ms [11]. La Fig. 1.3 resume los procesos de relajación descritos. En la Fig. 1.3.a se muestra la imanación inmediatamente después de haber aplicado un pulso de 90º que lleva el vector $\vec{M}$ hasta el eje y' en el sistema de referencia $x'y'z'$. Una vez realizada la excitación, la imanación longitudinal retorna al estado de equilibrio térmico alineandose con el eje z' (ver Fig. 1.3.b) con un tiempo característico T1. Al mismo tiempo la componente transversal se reduce como consecuencia de que los espines se desalinean respecto del eje y' (ver Fig. 1.3.c). Ello se debe a que los espines que precesionan con menor frecuencia angular, debido a que experimentan un campo estático menor, se "retrasan"respecto al valor promedio de la imanación en el sistema de referencia

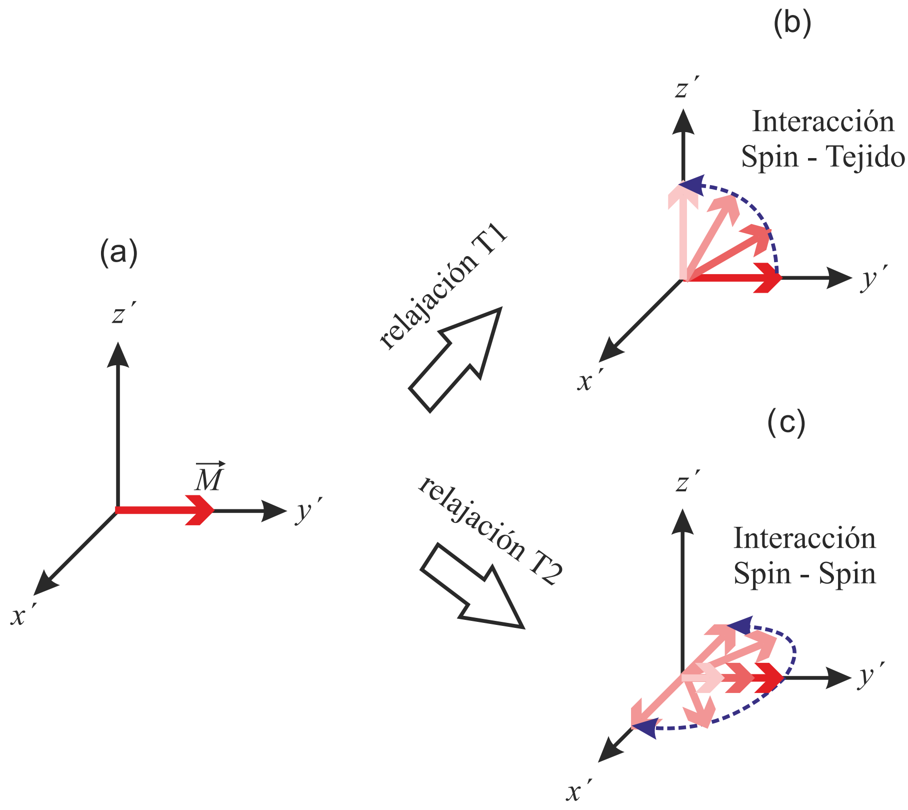

Figura 1.3: Esquema de los procesos de relajación longitudinal T1 y transversal T2.

$x'y'z'$ (ver Fig. 1.3.c). En cambio, los espines que experimentan un campo mayor se "adelantan". Todo ello da lugar a una decoherencia en la fase de los espines en el sistema $x'y'z'$ que hace disminuir el valor promedio de la imanación transversal en una escala de tiempo $T2^{*}$.

Un problema importante resulta del tiempo necesario para la adquisición de la señal. La señal medida es proporcional a la componente transversal de la imanación M_{xy} y esta señal disminuye en el tiempo con T2* según la expresión (1.11) nada más terminar el proceso de excitación. El tiempo T2* es relativamente pequeño por lo que medir la señal inmediatamente después de finalizada la excitación resulta difícil desde un punto de vista técnico. Por ello se emplea una secuencia de pulsos denominada espín-eco (ver Fig. 1.4) que consta de un pulso

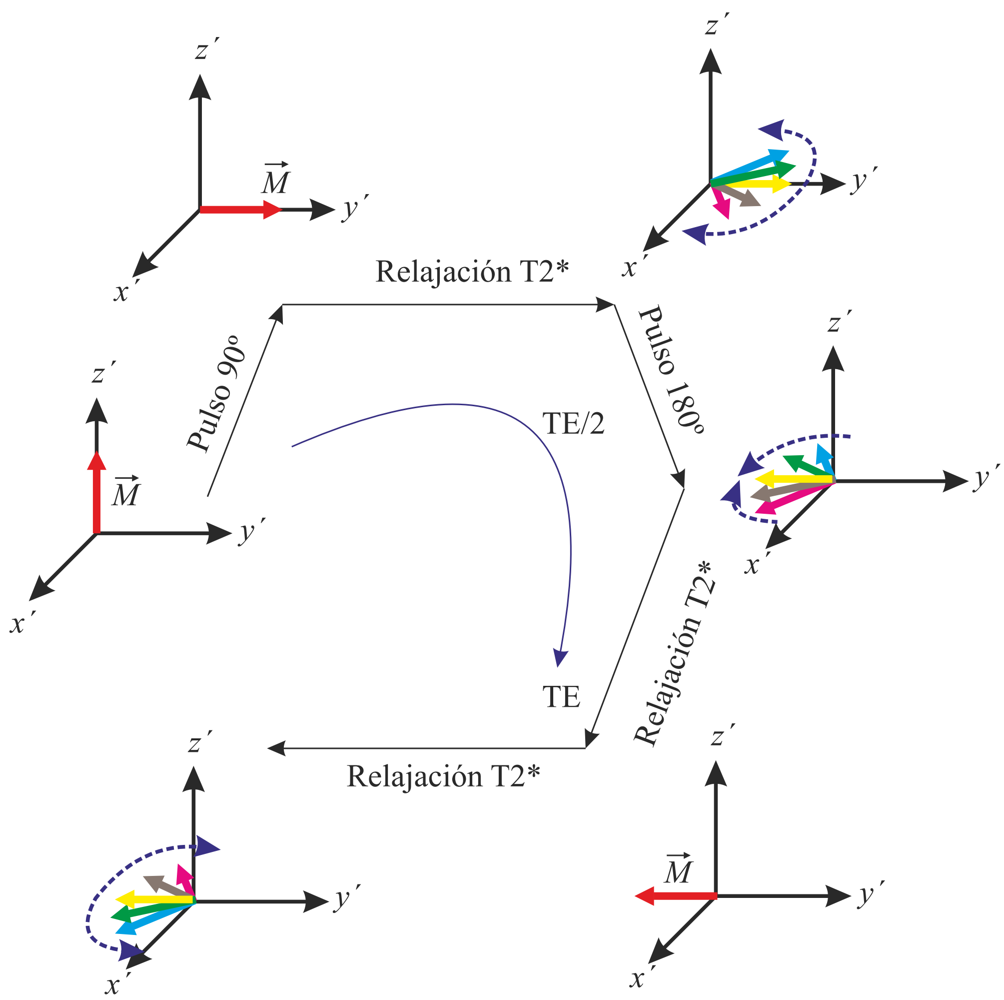

Figura 1.4: Esquema del proceso de relajación transversal T2 en una secuencia espín-eco en el sistema de referencia $x'y'z'$.

de 90º que lleva la imanación a la dirección y' seguido de un pulso de 180º tras un tiempo τ que lleva la imanación al eje $-y'$. Este ultimo giro sitúa los espines antes "retrasados"por delante de la imanación promedio y a los espines "adelantados"por detrás. De esta manera al dejar transcurrir el tiempo todos los espines acaban reagrupándose. La secuencia espin-eco permite así suprimir el efecto decoherente asociado al tiempo $T2'$, que es de origen técnico, aunque no al asociado al tiempo $T2$, que es de origen molecular y aleatorio. No obstante, esto permite obtener en el instante $t = 2\tau$ después de la excitación un valor apreciable de la imanación transversal. Después de este instante $t = 2\tau$ la imanación volverá a decaer exponencialmente pero ya sera factible su medida desde un punto de vista técnico al haber transcurrido un tiempo 2τ desde el final de la excitación [11]. Por tanto, la señal se mide tras un tiempo de eco TE $= 2\tau$ desde el inicio del pulso de 90º, al haberse recuperado la coherencia de fase. La secuencia se repite a intervalos de tiempo llamados tiempo de repetición (TR). Cabe mencionar que el ajuste del tiempo de eco TE y del tiempo de repetición TR son esenciales en la práctica clínica. En la secuencia espin-eco así descrita, el valor de la componente transversal de la imanación en el instante en que comienza a adquirirse la señal viene dado por [11]

$$M_{xy}(TE) \cong M_z(0)(1 - e^{-\frac{TR}{T1}})e^{-\frac{TE}{T2}}. \tag{1.13}$$

Observese que esta expresion no depende de $T2^*$ sino de $T2$, esto es, la secuencia espin-eco permite solventar el efecto de la inhomogeindad del campo, que es un tiempo menor segun la expresion (1.12), de manera que el factor $e^{(-TE/T2)}$ es mayor y asi el valor de $M_{xy}(TE)$ del que se parte para medir la señal es también mayor. A partir del instante TE M_{xy} decae exponencialmente con $T2^*$ como se ha dicho. Por tanto, la señal que se mide oscila sinusoidalmente con frecuencia ω_0 y decae exponencialmente. En la literatura este tipo de señal es conocida como FID (de la siglas en inglés *Free Induction Decay*) [11]. La Fig. 1.5 muestra la señal FID correspondiente a una secuencia espín-eco.

Otros tipos de secuencia de pulsos empleados en la práctica clínica son la secuencia gradiente eco y la turbo espín-eco [11]. La secuencia gradiente eco se diferencia de la spin-eco en que en lugar de un pulso de 90º se utiliza un ángulo de inclinación α menor de 90º, y en lugar de un pulso de 180º se hace uso de gradientes de campo magnético estático $\vec{B}_0$. La secuencia turbo espín eco utiliza por cada TR un pulso de 90º seguido de varios pulsos de 180º, de manera que se obtienen varios ecos por cada aplicación de un TR.

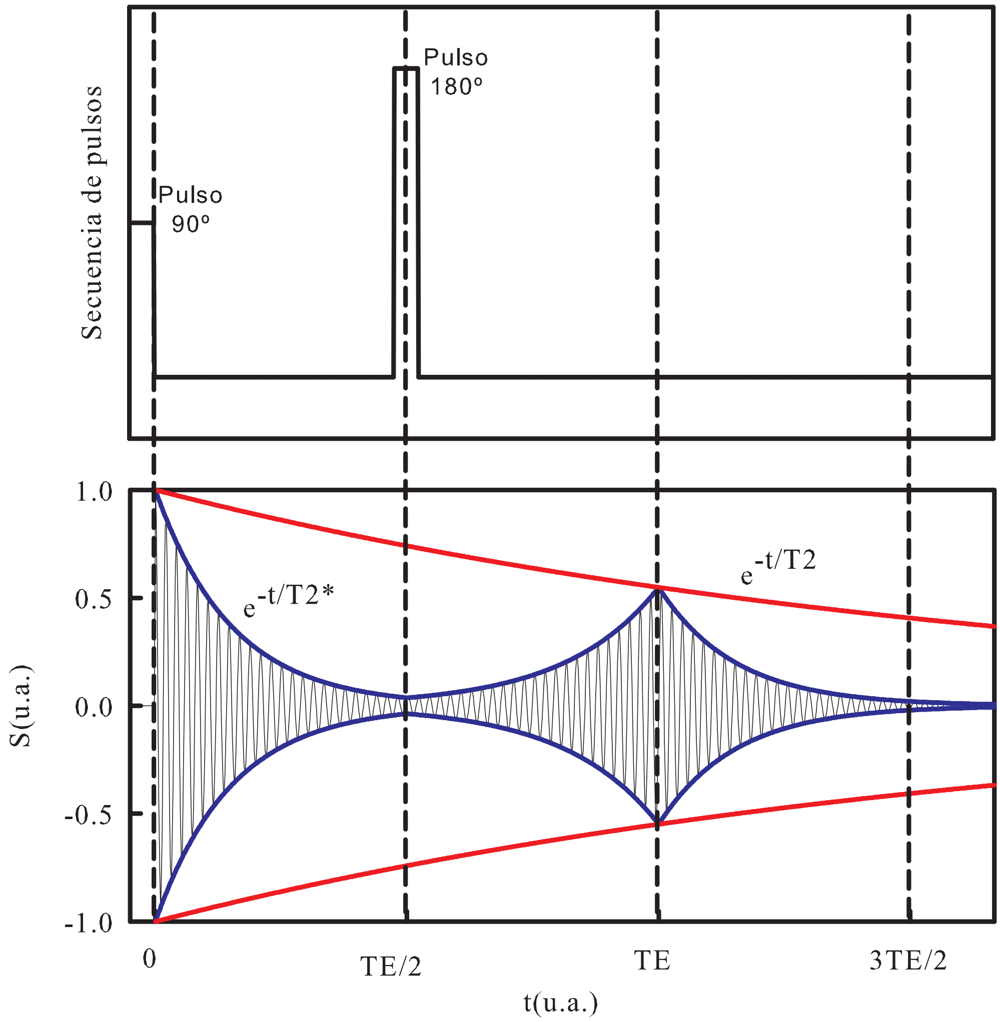

Figura 1.5: Esquema de la FID obtenida mediante una secuencia espín-eco. Sobre la muestra se aplica un pulso de RF de 90º y un segundo pulso de 180º tras un tiempo $\tau = TE/2$. Consiste en una señal sinusoidal de frecuencia ω_0 cuya amplitud decae con $T2^*$ hasta el instante $TE/2$ a partir del cual la señal crece hasta alcanzar un máximo en el instante TE. La amplitud de la señal medida en el instante TE no depende de $T2^*$ sino de $T2$. A partir de TE, la señal vuelve a decaer con $T2^*$.

1.2.4. Detección de la señal. Teorema de reciprocidad. Razón señal ruido

Como ya se ha indicado, las señales a partir de las cuales se construye la imagen en RM se obtienen a partir de la fuerza electromotriz (fem) inducida en un circuito por la componente transversal de la imanación variable en el tiempo. A continuación se describe más en detalle este proceso.

Considérese un dipolo magnético puntual con momento magnético variable en el tiempo enfrentado a una espira conductora. Según la ley de Faraday, la fem, ε, inducida en la bobina por el campo magnético variable en el tiempo, $\vec{B}_m$, producido por el dipolo magnético puntual $\vec{m}$ es:

$$\varepsilon = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}_m \cdot \hat{n} ds, \tag{1.14}$$

donde $\hat{n}$ es el vector unitario normal a la superficie S definida por el contorno de la espira. Usando la relación entre el campo magnético $\vec{B}$ y el potencial vector $\vec{A}$, $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$, se tiene

$$\varepsilon = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S (\nabla \times \vec{A}_m) \cdot \hat{n} ds. \tag{1.15}$$

Aplicando el teorema de Stokes se obtiene una forma alternativa de la ley de Faraday dada por

$$\varepsilon = -\frac{\partial}{\partial t}\int_C \vec{A}_m \cdot d\vec{l}, \tag{1.16}$$

donde C es el contorno de la espira. El vector potencial de un dipolo magnético puntual, $\vec{m}$, situado en el origen de coordenadas viene dado por

$$\vec{A}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}, \tag{1.17}$$

donde $\vec{r}$ es la posición donde se evalua el potencial vector. Si se sustituye el valor del potencial vector en la ecuación (1.16) obtenemos

$$\varepsilon = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int_C \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \cdot d\vec{l}\,. \tag{1.18}$$

Teniendo ahora en cuenta que $\vec{m} \times \vec{r} \cdot d\vec{l} = -\vec{m} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}$, la ecuación (1.18) queda

$$\varepsilon = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int_C \vec{m} \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}. \tag{1.19}$$

Dado que $\vec{m}$ solo depende del tiempo, puede salir de la integral resultando

$$\varepsilon = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\vec{m} \cdot \int_C \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}. \tag{1.20}$$

Por otro lado, según la ley de Biot-Savart, el campo magnético creado por una espira de corriente viene dado por la ecuación

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C \frac{d\vec{l} \times \vec{r'}}{|\vec{r'}|^3} \tag{1.21}$$

donde $\vec{r'}$ es un vector que va desde el conductor al punto donde se evalúa el campo. Si se considera el campo magnético que la espira produce en la posición ocupada por el dipolo, en la ecuación (1.21) el vector $\vec{r'}$ apunta en la dirección opuesta al vector $\vec{r}$ en las ecuaciones (1.14)-(1.20), esto es, $\vec{r'} = \vec{-r}$. Teniendo esto en cuenta, el campo magnético por unidad de intensidad creado por la espira, $\vec{B}^{pui}$, vendrá dado por

$$\vec{B}^{\text{pui}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_C \frac{d\vec{l} \times \vec{r'}}{|\vec{r'}|^3}. \tag{1.22}$$

Sustituyendo (1.22) en la expresión (1.20) se obtiene finalmente

$$\varepsilon = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{m} \cdot \vec{B}^{\text{pui}}). \tag{1.23}$$

Es decir, la fem inducida en la bobina por un dipolo magnético puntual es proporcional al campo magnético que genera la bobina en la posición del dipolo cuando por la bobina circula una corriente unidad [15],[16]. Esta versión particular del Teorema de Reciprocidad del electromagnetismo permite estudiar cómo varía la señal inducida en la bobina en recepción en función de la posición del tejido, analizando el problema equivalente del campo producido en el espacio por una bobina, que resulta mucho más sencillo. La ecuación (1.23) es fácilmente generalizable al caso en que la bobina se encuentra enfrentada a una muestra con una magnetización $\vec{M}$, siendo la fem

$$\varepsilon = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V \vec{B}^{\text{pui}} \cdot \vec{M} dv. \tag{1.24}$$

Si asumimos que la muestra está inmersa en un campo magnético estático $B_0\hat{z}$ y que ha sido excitada por un pulso de RF, podemos considerar que existen componentes transversales de la magnetización, M_x y M_y, así como una componente longitudinal, M_z. Por tanto, la fem inducida en la bobina receptora seguirá la ecuación (1.24), por lo que podemos escribir

$$\varepsilon = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V (B_x^{\text{pui}}(\vec{r})M_x(\vec{r},t) + B_y^{\text{pui}}(\vec{r})M_y(\vec{r},t) + B_z^{\text{pui}}(\vec{r})M_z(\vec{r},t))dv. \tag{1.25}$$

La dependencia temporal de M_z es puramente exponencial según la ecuación (1.10). En cuanto a las componentes transversales, su dependencia temporal es armónica aunque modulada por un decaimiento exponencial como muestra la ecuación (1.13). Para nuestro análisis, resulta conveniente formular esta dependencia en forma compleja de la manera siguiente

$$M_+(\vec{r},t) = M_x(\vec{r},t) + jM_y(\vec{r},t) = e^{-\frac{t}{T2}}e^{-j\omega_0 t}M_{xy}(\vec{r},0), \tag{1.26}$$

donde se ha tenido en cuenta que M_x y M_y se hallan en cuadratura de fase debido al mecanismo de excitación. Así, la dependencia temporal del integrando en (1.25) viene determinada por ω_0, $1/T1$ y $1/T2$. Para imágenes de RM basadas en el hidrógeno y para campos magnéticos estáticos del orden del tesla, ω_0 es al menos cuatro órdenes de magnitud superior a los valores típicos de $1/T1$ y $1/T2$ [11], de manera que las derivadas temporales de los factores $e^{-t/T1}$ y $e^{-t/T2}$ se pueden despreciar respecto a la derivada temporal del factor $e^{-j\omega_0 t}$. Esto es, la rápida oscilación de la componente transversal de la magnetización a la frecuencia de Larmor induce la componente dominante de la señal recibida por la bobina. Por todo ello, la ecuación (1.25) se puede aproximar por

$$\varepsilon \propto \omega_0 \int_V e^{-\frac{t}{T2}}(B_x^{\text{pui}}(\vec{r})\text{Re}(jM_{xy}(\vec{r},0)e^{-j\omega_0 t}) + B_y^{\text{pui}}(\vec{r})\text{Im}(jM_{xy}(\vec{r},0)e^{-j\omega_0 t}))dv, \tag{1.27}$$

o lo que es lo mismo,

$$\varepsilon \propto \omega_0 \int_V e^{-\frac{t}{T2}}(M_{xy}(\vec{r},0)(B_x^{pui}(\vec{r})\sin(\omega_0 t) + B_y^{pui}(\vec{r})\cos(\omega_0 t)))dv. \tag{1.28}$$

De la ecuación anterior se deducen varias propiedades de la señal medida por la bobina. La primera de ellas es que la fem inducida es proporcional a las componentes transversales del campo magnético que genera una bobina por la que circula una corriente unidad, desfasadas 90º entre sí. Usualmente esto se expresa como

$$\varepsilon \propto |B_x^{\mathrm{pui}}(\vec{r}) + jB_y^{\mathrm{pui}}(\vec{r})| = |B_+(\vec{r})| \tag{1.29}$$

donde la notación compleja se introduce para dejar constancia del desfase de 90º entre las componentes B_x y B_y consecuencia del movimiento de precesión de la componente transversal de la magnetización (B_+ es una notación habitual en RM [11]). Esta expresión es usada habitualmente para el diseño de bobinas de recepción. Como ya se ha indicado, la señal inducida en la bobina varía en el tiempo con frecuencia ω_0 y con una amplitud que decae exponencialmente con T2. Si suponemos un volumen de muestra (V_m) muy pequeño donde las magnitudes empleadas no dependan de la posición se obtiene

$$\varepsilon(t) \propto \omega_0 V_m M_{xy} |B_+| e^{-\frac{t}{T2}} \sin(\omega_0 t). \tag{1.30}$$

La ecuación (1.30) proporciona finalmente el valor de las señales a partir de las cuales se construye la imagen.

Un factor a tener en cuenta es la distancia a la cual la bobina es capaz de obtener la imagen. La Fig. 1.6 muestra el campo magnético axial B_x generado por bobinas de superficie (bobinas que constan de una sola espira y que se sitúan sobre la superficie de la muestra o en contacto con el paciente) de diferentes radios a lo largo de su eje para una misma intensidad de corriente, calculado mediante la ley de Biot-Savart. Se observa que independientemente del radio, el campo ha decaído a una distancia del orden del diámetro. Teniendo en cuenta el teorema de reciprocidad, esto indica que aquellos momentos magnéticos situados a una distancia mayor del diámetro de la bobina inducirán una señal muy débil. Para ilustrar lo anterior, la Fig. 1.7 muestra como ejemplo la fotografía de dos bobinas circulares de diferente tamaño (3″ y 5″ de diámetro, dos tamaños estándares de RM) y las imágenes de RM obtenidas con ellas en un escáner de RM de

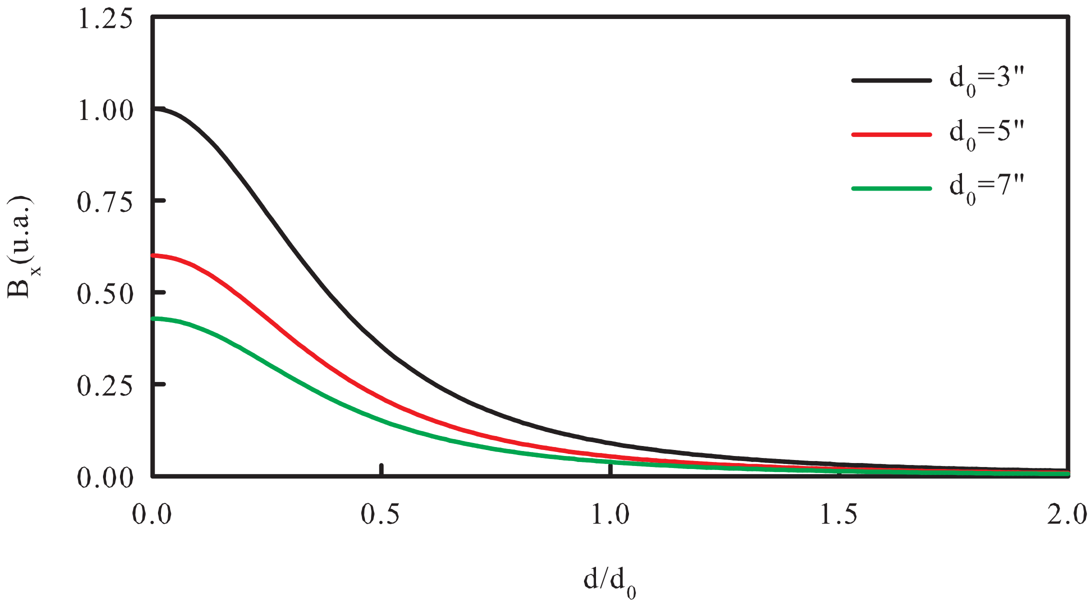

Figura 1.6: Campo magnético axial B_x dado por la Ley de Biot-Savart para espiras de diferentes diámetros d_0 (dados en pulgadas) frente a la distancia a lo largo del eje de las espiras normalizada al diámetro de las mismas, una medida estándar en RM.

1.5 T para una muestra conductora o *phantom* [1], [11] que simula el tejido humano, y para un voluntario. Se observa como el campo de visión es proporcional al tamaño de las bobinas y como la bobina más pequeña proporciona más señal. Adicionalmente, la Fig. 1.8 muestra los mapas de $|B_+|$ obtenidos en los planos principales de una bobina. En la terminología clínica estos planos son conocidos como sagital, coronal y axial. Puede observarse que los mapas correspondientes a los planos coronal y axial son distintos. Esta diferencia entre ambos mapas se debe a que, para la orientación de la bobina mostrada en la figura, mientras que en el plano axial la señal depende tanto de B_x como de B_y en el plano coronal $B_x = 0$ y, por tanto, la señal depende únicamente de B_y.

Otro factor a tener en cuenta es el ruido detectado por la bobina receptora. En un conductor cualquiera, las cargas eléctricas, se encuentran en un estado de agitación térmica, en equilibrio termodinámico con el movimiento térmico de los

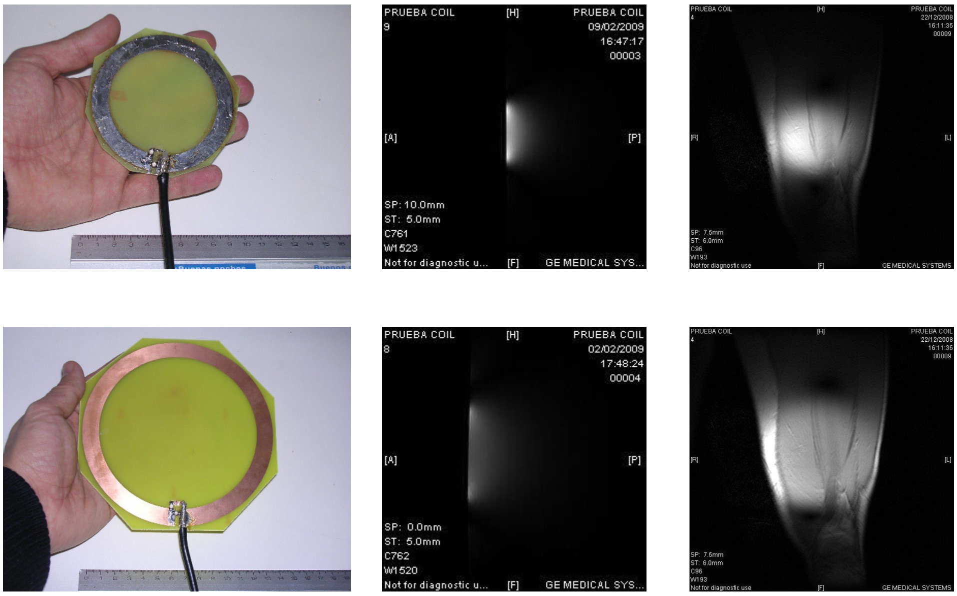

Figura 1.7: Fotografías de dos bobinas de RM de 3″ (arriba) y 5″ (abajo) e imágenes obtenidas con ellas en un escáner de RM de 1.5T sobre una muestra conductora y sobre un voluntario.

átomos del conductor. Este fenómeno se manifiesta como una fluctuación en la diferencia de potencial entre los extremos del conductor, que se denomina ruido térmico o ruido Johnson-Nyquist por sus descubridores y cuya varianza viene dada por [17], [18]

$$\overline{V_r^2} = 4kTR\Delta f, \tag{1.31}$$

donde k es la constante de Boltzmann, T la temperatura en grados Kelvin, R la resistencia óhmica del conductor y Δf un intervalo de frecuencias. Las bobinas de superficie se sitúan sobre la piel del paciente y se usan para obtener imágenes de los tejidos próximos a la bobina. Por tanto, el ruido térmico presente en el experimento se puede descomponer como suma del ruido procedente de las pérdidas óhmicas en el metal de la bobina receptora, V_{bobina} y el ruido procedente de las corrientes de Foucault inducidas en la muestra magnetizada, V_{tejido}. Dado que las componentes de ruido son estadísticamente independientes entre sí se puede escribir

$$\overline{V_r^2} = \overline{V_{bobina}^2} + \overline{V_{tejido}^2} \tag{1.32}$$

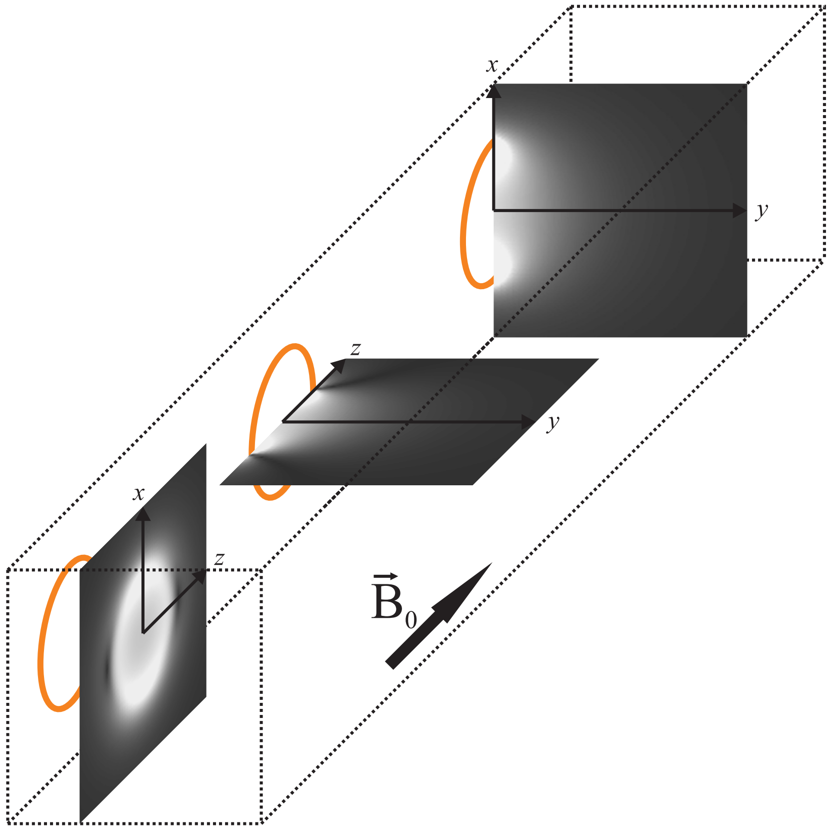

Figura 1.8: Mapas de $|B_+|$ en los tres planos principales de la bobina para un campo mangético estático orientado según la dirección z. De izquierda a derecha estos planos reciben el nombre de sagital, coronal y axial.

En un experimento ideal, tanto la temperatura T como el ancho de banda Δf son constantes. Por lo tanto, teniendo en cuenta las expresiones (1.31) y (1.32) se obtiene

$$\overline{V_r^2} \propto R = R_{bobina} + R_{tejido} \tag{1.33}$$

siendo R_{bobina} la resistencia óhmica de la bobina y R_{tejido} la resistencia equivalente en la bobina asociada a las corrientes de Foucault en el tejido. Para bobinas denominadas de superficie, que son bobinas que se disponen sobre la piel del paciente y son la del tipo usadas en este trabajo, puede demostrarse que, en el caso de bobinas circulares, R_{tejido} es proporcional a su radio elevado al cubo [19].

De las ecuaciones (1.29) y (1.33) se puede calcular fácilmente la relación señal-ruido o SNR por sus siglas en inglés (*signal-to-noise-ratio*). El SNR es el parámetro que cuantifica la calidad de una imagen de RM y se define como el cociente entre el voltaje asociado a la señal captada por la bobina (fem) y el voltaje asociado al ruido térmico ($\sqrt{\overline{V_r^2}}$). Como ya se ha visto, en virtud del Teorema de Reciprocidad, la señal es proporcional al módulo del campo creado por la bobina por unidad de corriente ($|B_+|$) dado por la ecuación (1.30). En cuanto al ruido, el voltaje asociado es proporcional a $\sqrt{R}$, donde $R = R_{bobina} + R_{tejido}$. El SNR es entonces proporcional a

$$SNR \propto \frac{|B_+|}{\sqrt{R}} \tag{1.34}$$

expresión matemática que será discutida más adelante para configuraciones en las que haya láminas de metamaterial y bobinas presentes. Para la discusión que se llevará a cabo en este trabajo acerca del SNR proporcionado por bobinas combinadas con metamateriales, conviene tener presente que en general, para bobinas de superficie, el SNR es óptimo a distancias de penetración en el tejido del orden del tamaño de la bobina [19]. En la bibliografía el patrón de campo $|B_+|$ se denomina sensibilidad de la bobina y define el llamado campo de visión o *field of view* (FOV).

1.3. Generación de la imagen

Para generar una imagen de RM es necesario introducir algún método que permita obtener información sobre la posición espacial de las fuentes (espines) en la señal detectada. El proceso que se sigue consiste en imponer una serie de gradientes en el campo estático B_o, definidos a lo largo de las direcciones x, y, z [11]. Mediante estos gradientes se puede asignar a la imanación en cada voxel de la muestra una frecuencia de precesión y una fase diferentes. El proceso comienza con la elección del corte anatómico deseado en un plano perpendicular a $\vec{B}_0$, mediante la introducción de un gradiente $G_z = \partial B_0/\partial z$ que haga variar este campo linealmente en la dirección z, esto es, $\vec{B}_0 = (B_0 + G_z z)\hat{z}$. De esta manera se impone una frecuencia de precesión en los espines que variará linealmente en la dirección z como

$$f = \gamma(B_0 + G_z z). \tag{1.35}$$

Por tanto, si se desea adquirir la imagen de un corte situado en la posición z_0 y con espesor Δz se habrá de excitar la muestra con un campo de RF de frecuencia central $f_0 = \gamma(B_0 + G_z z_0)$ y ancho de banda $\Delta f = \gamma G_z \Delta z$ (ver Fig. 1.9).

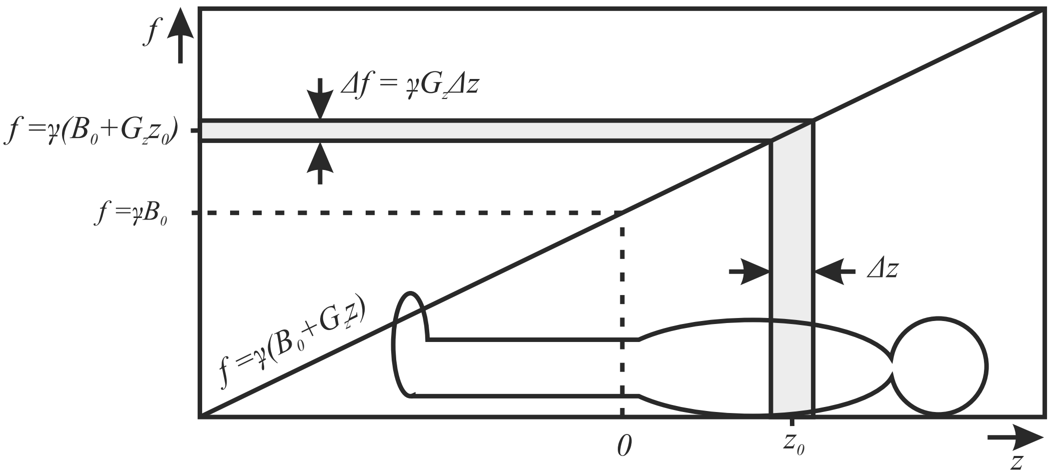

Figura 1.9: Un gradiente aplicado en una dirección permite seleccionar un corte en la dirección transversal a esa dirección. En la imagen se muestra cómo se selecciona un corte en una posición z_0.

Para que todos los voxels dentro del espesor Δz se exciten con igual magnitud, el espectro en frecuencia de la señal de excitación debería ser idealmente un pulso cuadrado. La transformada de Fourier de este pulso cuadrado proporciona la señal equivalente en el dominio del tiempo, que se trata de una función no acotada en el tiempo que se denomina función $sinc$. En la práctica no es posible generar una señal temporal de duración infinita, así que al truncarla en el tiempo, el espectro de frecuencias adquiere forma trapezoidal en lugar de cuadrada (ver Fig. 1.10). Esto hace que los espines de los extremos del corte se exciten con diferente magnitud.

El siguiente paso consiste en codificar la posición espacial de cada voxel en el

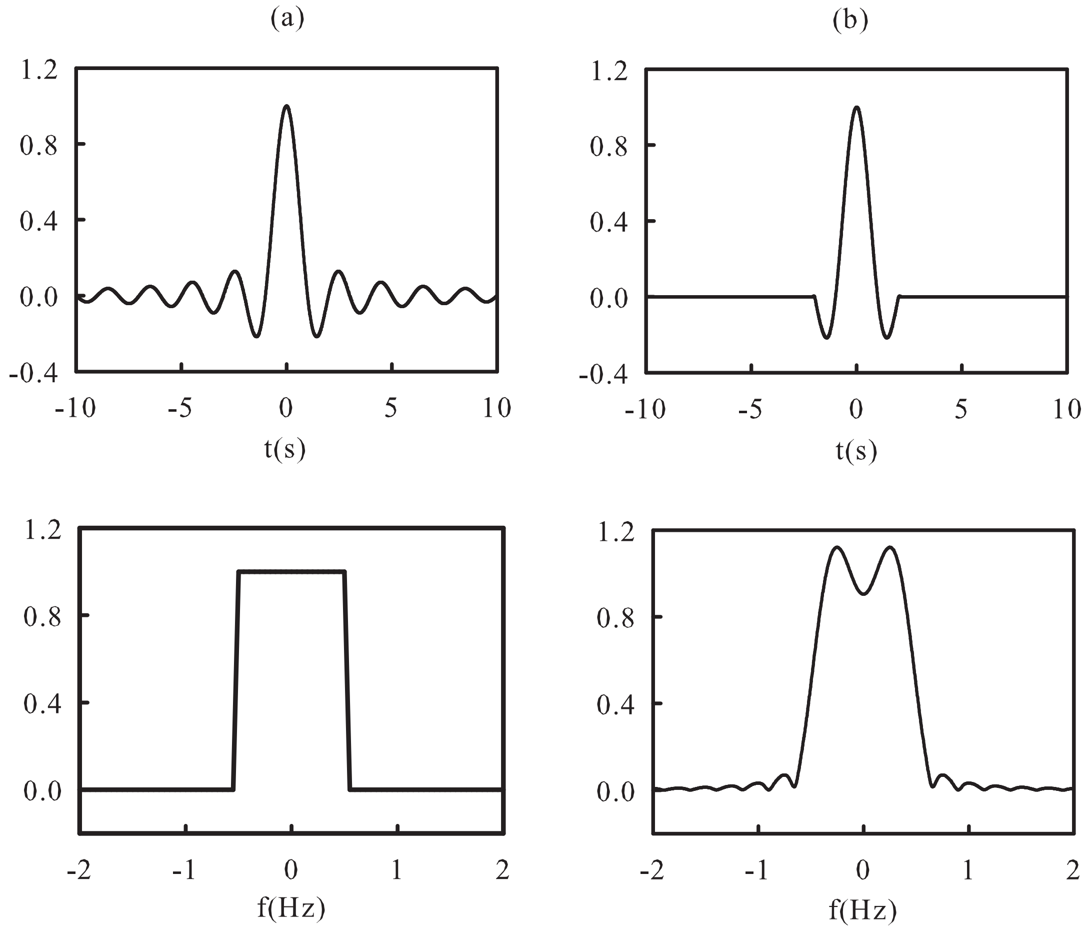

Figura 1.10: a) Función $Sinc$ completa (arriba) y pulso cuadrado correspondiente a su transformada de Fourier (abajo). b) Función $sinc$ truncada (arriba) y su correspondiente transformada de Fourier (abajo).

corte mediante gradientes G_x y G_y aplicados en las direcciones x e y respectivamente. Así, finalizada la excitación mediante el pulso de RF se aplica un gradiente, denominado gradiente de codificación en fase (G_{cf}), en la dirección y durante un tiempo τ_{cf}. Mientras está aplicado este gradiente la frecuencia de precesión del vector de imanación en el corte $z = z_0$ es $f(y) = \gamma(B_0 + G_{cf}y)$. Una vez finalizado el gradiente de codificación en fase la imanación vuelve a precesionar con una frecuencia $f = \gamma B_0$ pero con una fase que depende de la posición y. Tras la aplicación del gradiente de codificación en fase se aplica un nuevo gradiente, denominado gradiente de lectura (G_l), en la dirección x. La frecuencia del vector imanación será diferente en cada voxel, siendo esta $f(x) = \gamma(B_0 + G_l x)$. Durante la aplicación del gradiente de lectura, la imanación transversal en cualquier posición del corte vendra dada por $M_{tr}(x, y, t) = M_+(x, y, 0)e^{-i2\pi\gamma G_l xt - i2\pi\gamma G_{cf} y\tau_{cf}}$. La señal que se mida inducida por todos los espines del corte se podrá escribir como

$$S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} M_+(x, y, 0)e^{-i2\pi\gamma G_l xt - i2\pi\gamma G_{cf} y\tau_{cf}} dxdy. \quad (1.36)$$

Si se define

$$k_x(t) = \gamma G_l t \quad y \quad k_y = \gamma G_{cf}\tau_{cf} \quad (1.37)$$

la señal medida se puede expresar como

$$S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} M_+(x, y, 0)e^{-i2\pi\vec{k}(t)\cdot\vec{r}} dxdy = \mathfrak{F}[M_+(x, y)], \quad (1.38)$$

esto es, la señal que se mide finalmente es la transformada de Fourier de la distribución espacial de la imanación. Por tanto, para obtener la imagen es preciso registrar un mapa bidimensional de valores de señal para distintos valores de k_x y k_y.

La Fig. 1.11 muestra de forma resumida el proceso seguido para la obtención de una imagen mediante una secuencia simple de gradientes. (Fig. 1.11.a) En el instante $t = 0$ se aplica un pulso de RF con forma $sinc$ durante un tiempo τ_{rf} al mismo tiempo que se aplica un gradiente en la dirección z que permite seleccionar el corte sobre el que se desea obtener la imagen ($G_z = G_{sc}$). Finalizado el pulso de RF se deja de aplicar el gradiente G_{sc} y se aplica un gradiente de codificación de fase, $-G_{cf}$, en la dirección y durante un tiempo τ_{cf}. De esta forma se selecciona el mínimo valor de $k_y = -\gamma G_{cf}\tau_{cf}$. Transcurrido τ_{cf} se aplica un gradiente en la dirección de lectura x, $-G_l$, durante un tiempo $\tau_l/2$ que nos sitúa en el valor mínimo de k_x. Finalmente se aplica el gradiente de lectura G_l durante el tiempo τ_l y, simultaneamente, se muestrean los valores de la señal emitida por el cuerpo magnetizado a intervalos $\Delta\tau_l$ recorriendo todos los valores posibles de k_x para el k_y seleccionado, siendo estos $k_x = \gamma G_l(-\frac{\tau_l}{2} + n_x\Delta\tau_l)$, donde n_x es el número de puntos que se miden en la dirección k_x. El proceso se repite cambiando el gradiente de codificación de fase en ΔG_{cf} barriendo todos los valores de

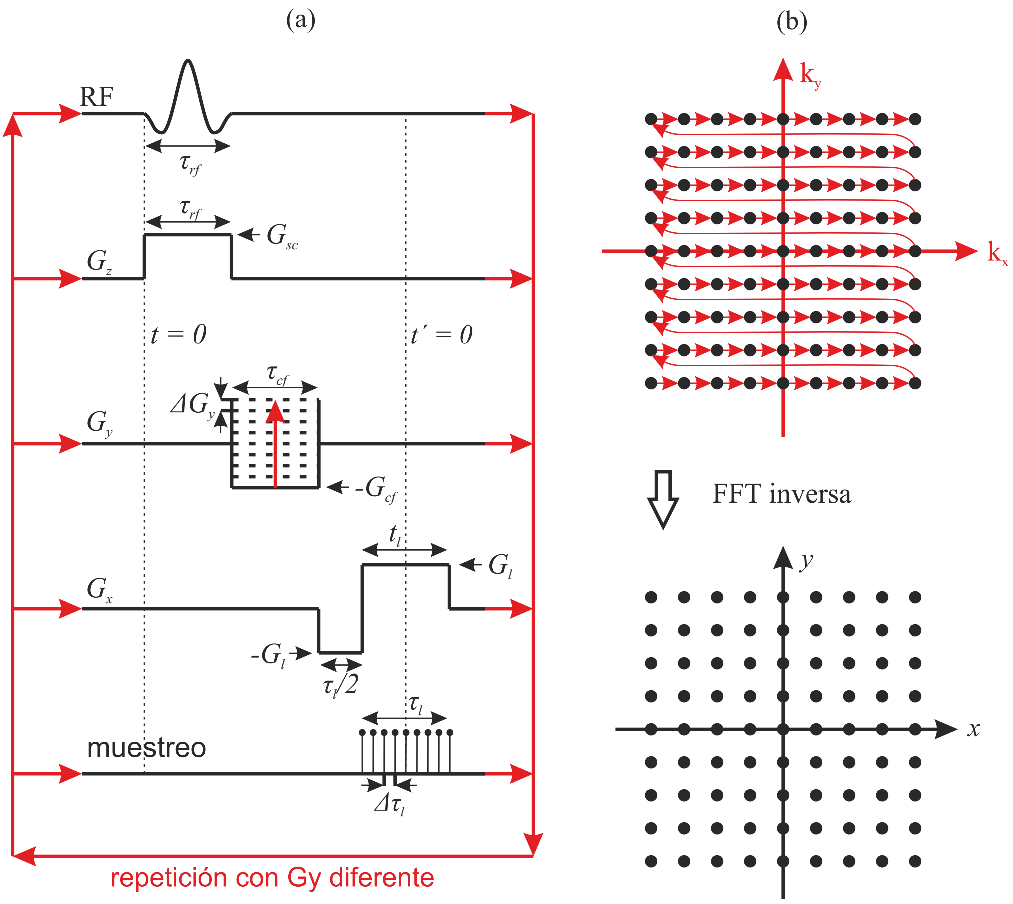

Figura 1.11: a)Diagrama de la secuencia realizada para la obtención de imágenes por medio de gradientes. Aplicación de un gradiente en la dirección perpendicular al plano donde se quiere obtener la imagen; selección de la posición del plano mediante la excitación con un pulso de RF de frecuencia adecuada; aplicación de gradientes de fase y frecuencia en las direcciones paralelas al plano donde se quiere obtener la imagen mientras se adquieren señales que corresponden a los distintos valores de las variables espectrales k_x y k_y. Cada valor de k_y corresponde a un gradiente de fase distinto. Durante la aplicación del gradiente de frecuencia se registran señales cuyo muestreo corresponde a distintos valores de k_x a lo largo de una línea en el plano espectral k_x, k_y. b)Arriba se muestra el diagrama del orden por el que se miden los datos, los cuales se organizan en una matriz. Abajo se muestra el diagrama de la imagen en el espacio real, obtenida por la aplicación de la transformada inversa de Fourier a los datos medidos.

$k_y = \gamma(G_{cf} + n_y \Delta G_y)\tau_{cf}$, donde n_y es el número de líneas en la dirección k_y. Este procedimiento permite adquirir los datos en el espacio espectral de Fourier (Fig.

1.11.b arriba), de forma que la imagen definitiva se obtiene mediante la aplicación de la transformada inversa de Fourier sobre los datos medidos (Fig. 1.11.b abajo) mediante un algoritmo de transformada rápida discreta (o FFT por las siglas en inglés de *fast Fourier transform*).

Siguiendo el esquema de la Fig. 1.11, supóngase que durante la adquisición de una imágen se aplican los gradientes de lectura en la dirección x y los gradientes de codificación de fase en la dirección y. El usuario debe seleccionar las dimensiones de la región donde se desea adquirir la imágen, L_l y L_{cf}, así como el número de píxeles de esta, n_l y n_{cf}. Estos cuatro parámetros determinan los gradientes que se usan para obtener la imágen así como la resolución espacial de la misma. Así por ejemplo, en la FFT, el tamaño de la imágen en la dirección de lectura, L_l, está relacionado con el paso en el espacio espectral de Fourier, Δk_l, según $\Delta k_l = 1/L_l$. Teniendo en cuenta (1.37), se obtiene que $G_l \Delta t = 1/\bar{\gamma} L_l$. Usualmente en el proceso de medida la frecuencia de muestreo $f_m = 1/\Delta t$ se mantiene fija y lo que se cambia es el valor del gradiente. Por tanto se obtiene que

$$G_l = \frac{f_m}{\bar{\gamma} L_l}. \tag{1.39}$$

Análogamente se obtiene para la dirección de codificación de fase que los gradientes empleados difieren en

$$\Delta G_{cf} = \frac{1}{\bar{\gamma} \tau_{cf} L_{cf}}. \tag{1.40}$$

La resolución espacial de la imágen está relacionada con el valor máximo de k que se mide. En la dirección de lectura se cumple que $\Delta x = 1/k_l^{max}$. El valor máximo de k_l que se mide viene dado por el número de píxeles en la dirección de lectura según $k_l^{max} = \bar{\gamma} G_l n_l \Delta t/2$. De donde se obtiene la resolución espacial en la dirección de lectura

$$\Delta x = \frac{2 f_m}{\bar{\gamma} G_l n_l}, \tag{1.41}$$

así como para la dirección de codificación de fase se obtiene

$$\Delta y = \frac{2}{\bar{\gamma} \Delta G_{cf} n_{cf} \tau_{cf}}. \tag{1.42}$$

1.4. Introducción a la obtención de imágenes por resonancia magnética en paralelo

Uno de los grandes problemas de la obtención de imágenes mediante la utilización de gradientes es el tiempo necesario para la adquisición de los datos. Como es sabido, la principal desventaja de la RM frente al TAC es el mayor tiempo de adquisición que requiere la RM para obtener la imagen, que es del orden de algunos segundos para un sólo corte. El uso de arreglos de bobinas ha permitido incrementar el SNR intrínseco de las medidas de RM, lo que permite reducir los tiempos de adquisición sin pérdida en la calidad de la imagen resultante. Además, aprovechando la dependencia espacial de la sensibilidad de las bobinas (en RM la sensibilidad de una bobina hace referencia al patrón espacial de campo magnético que produce [11]) que forman el arreglo se ha desarrollado la resonancia magnética en paralelo (RMp) [4]-[9], un conjunto de técnicas que tienen la capacidad de reducir el tiempo de adquisición de la imagen en comparación con la RM convencional. Básicamente se trata de utilizar un arreglo de forma que cada uno de sus elementos participa activamente en la obtención de la imagen. Se aprovecha la variación espacial de la sensibilidad de las bobinas para replicar las modulaciones que normalmente se producen por los gradientes de codificación de fase. De esta forma solo es necesario medir una fracción de las líneas de codificación de fase. A las líneas medidas se le aplica un algoritmo de reconstrucción que permite obtener las líneas que no han sido obtenidas mediante la aplicación de gradientes de fase. El SNR después de la reconstrucción de la imagen decrece como la raíz cuadrada del factor de aceleración R así como por un factor adicional conocido como factor geométrico g [4]-[9]. El factor g da cuenta del aumento de ruido adicional debido a la propagación de ruido a través del método de reconstrucción empleado y depende de la capacidad de codificación del arreglo de bobinas empleado.

Existen diferentes técnicas de RMp, las cuales se pueden clasificar en dos tipos. Por un lado están las técnicas que requieren un conocimiento explícito de la sensibilidad de las bobinas que forman el arreglo para realizar la reconstrucción de la imagen, entre las que se encuentran PILS (Partially parallel imaging with localized sensitivities) [4], SMASH (Simultaneous Acquisition of Spatial Harmonics) [5] o SENSE (Sensitivity Encoding) [6]. Sin embargo, estas técnicas pueden dar como resultado imágenes con artefactos como consecuencia de las imprecisiones en las medidas de la sensibilidad debido, por ejemplo, al movimiento durante el proceso de medida. El segundo tipo de técnicas, tales como AUTO-SMASH [7] o GRAPPA (generalized autocalibrating partially parallel acquisitions) [9], no requieren del conocimiento explícito de la sensibilidad de las bobinas, reduciendo el riesgo de aparición de artefactos. Cuando se dispone un arreglo de varias bobinas, cada una de ellas obtiene una imagen individual de la región a la cual es sensible, (o FOV, del inglés *field of view*), obteniéndose el valor de cada pixel en la imagen global como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los píxeles de las imágenes individuales [20]. Todos los algoritmos mencionados, excepto GRAPPA, realizan la reconstrucción de la imagen global directamente [4]-[7]. GRAPPA, en cambio, es el único que realiza la reconstrucción de las imágenes individuales como paso previo al cálculo de la imagen global [9]. Reconstruir la imagen global de forma directa puede incurrir en la aparición de artefactos como consecuencia de la pérdida de información de la fase de cada imagen individual. Esta es una de las razones por las que GRAPPA se ha convertido en una de las técnicas de reconstrucción más usadas en la actualidad. Una explicación más detallada del algoritmo de reconstrucción GRAPPA se encuentra en el Apéndice A.

Capítulo 2

Fundamentos físicos de los metamateriales y de lentes de metamaterial

2.1. Introducción

Los Metamateriales son estructuras artificiales fabricadas a partir de elementos conductores y elementos aislantes convencionales. No obstante, debido a su particular estructura, los metamateriales pueden presentar propiedades electromagnéticas que no se encuentran en materiales naturales, como por ejemplo la posibilidad de presentar una permitividad dieléctrica (ε) y una permeabilidad magnética (μ), ambas negativas simultáneamente ($\varepsilon < 0$ y $\mu < 0$) [2]. A estos medios con $\varepsilon < 0$ y $\mu < 0$ se les denomina también medios zurdos (o *left-handed* en inglés). La razón de ello se discutirá más adelante. Los metamateriales se fabrican a modo de materiales compuestos o *composites* en los que se agrupan de forma periódica elementos de tamaño inferior a la longitud de onda (λ). Una de las aplicaciones más interesantes de los medios zurdos es la posibilidad de fabricar a partir de ellos lentes para el campo electromagnético que superen el límite impuesto a las lentes convencionales por la óptica clásica [21]. Dicho límite establece que la resolución mínima en la imagen obtenida con una lente no puede ser inferior a $\lambda/2$. Los metamateriales permiten fabricar lentes que superen este límite para obtener imágenes con resolución muy inferior a λ o resolución sub-λ. En la bibliografía está establecido que la resolución sub-λ solo es posible a distancias de la lente también inferiores a λ, esto es, en la región de campo próximo [2]. Esto se discutirá en el presente capítulo. Dado que en esta región los campos eléctricos y magnéticos están desacoplados, para obtener resolución sub-λ basta con exigir que o bien sea $\varepsilon < 0$ o bien $\mu < 0$, dependiendo de si la fuente de campo es predominantemente eléctrica (como un dipolo eléctrico) o predominantemente magnética (como una espira de corriente). Dado que en la técnica de RM las fuentes y detectores de campo magnético de RF consisten en espiras conductoras de tamaño sub-λ y que operan siempre en la región de campo próximo, una lente de campo magnético de RF podría encontrar fácilmente aplicación en RM. Este hecho es precisamente la motivación principal de la presente tesis. Para abordar este objetivo, previamente conviene discutir las propiedades fundamentales de los metamateriales y de las lente de metamatarial, lo cual se lleva a cabo en el presente capítulo.

En las secciones siguientes se introducen los fundamentos de los medios zurdos y de las lentes con resolución sub-λ.

2.2. Fundamentos físicos de los metamateriales

En el siguiente apartado se estudiarán las propiedades electromagnéticas esenciales de los medios zurdos a partir del análisis de la propagación de ondas planas en dichos medios.

2.2.1. Electrodinámica de los medios zurdos

El comportamiento de las ondas electromagnéticas dentro de cualquier medio se describe mediante las ecuaciones de Maxwell que relacionan los campos eléctricos y magnéticos

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \qquad (2.1)$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E}\ .$$

En el caso de ondas planas del tipo $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-j\vec{k}\vec{r}+j\omega t}$ y $\vec{H} = \vec{H}_0 e^{-j\vec{k}\vec{r}+j\omega t}$, las ecuaciónes (2.1) pueden escribirse como [13]

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega\mu\vec{H} \qquad (2.2)$$
$$\vec{k} \times \vec{H} = -\omega\varepsilon\vec{E}\ .$$

Por tanto, para medios ordinarios ($\varepsilon > 0$ y $\mu > 0$), los vectores $\vec{E}$, $\vec{H}$ y $\vec{k}$ forman un triedro ortogonal diestro (o *right-handed*) (Fig. 2.1.a). Sin embargo, para medios zurdos ($\varepsilon < 0$ y $\mu < 0$) estas ecuaciones se escriben como

$$\vec{k} \times \vec{E} = -\omega|\mu|\vec{H} \qquad (2.3)$$
$$\vec{k} \times \vec{H} = \omega|\varepsilon|\vec{E}\ .$$

Al ser $\varepsilon < 0$ y $\mu < 0$ $\vec{E}$, $\vec{H}$ y $\vec{k}$ forman un triedro ortogonal inverso (o *left-handed*) (Fig. 2.1.b), y de ahí el nombre de medio zurdo en comparación con un medio ordinario en el que el triedro es diestro.

Continuando con el análisis, la dirección del flujo de energía viene dado por la parte real del vector de Poynting

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\vec{E} \times \vec{H}^*, \qquad (2.4)$$

que no se ve afectado por el signo de ε y μ y, por tanto, para $\vec{E}$ y $\vec{H}$ dados tendría la misma dirección y sentido tanto en medios ordinarios como en medios zurdos (Fig. 2.1). En consecuencia, en medios zurdos, el sentido de propagación de la energía, dado por $\vec{S}$, es opuesto al sentido de avance del frente de onda, definido por $\vec{k}$, lo que da lugar en medios zurdos a la aparición de las denominadas ondas de retroceso u ondas *backward* [2] (Fig. 2.1).

Esto mismo puede establecerse por medio de otros argumentos. Para ello considérese un caso general donde el medio de propagación presenta pérdidas. En

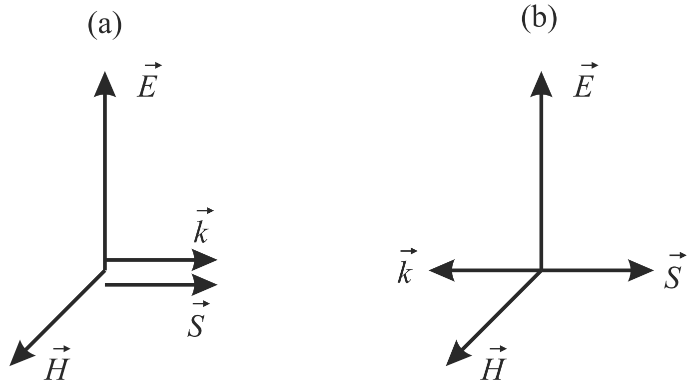

Figura 2.1: Ilustración del sistema de vectores $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{k}$ y $\vec{S}$ para una onda TEM en un medio ordinario (a) y en un medio zurdo (b).

una región finita de volumen V con $\varepsilon = \varepsilon' + j\varepsilon''$, $\mu = \mu' + j\mu''$ y libre de fuentes debe haber un flujo de energía hacia la región para compensar las pérdidas. Esto es establecido mediante el teorema de Poynting complejo

$$\nabla \cdot [\vec{E} \times \vec{H}^*] = j\omega(\vec{E} \cdot \vec{D}^* - \vec{B} \cdot \vec{H}^*), \tag{2.5}$$

que integrado sobre la región de interés y usando el teorema de la divergencia en el miembro izquierdo de la ecuación resulta

$$\oint_S \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \hat{n} ds = j\omega \int_V \big(\mu|\vec{H}|^2 - \varepsilon^*|\vec{E}|^2\big) dv, \tag{2.6}$$

donde S es la superficie definida por el volumen V. De la ecuación anterior se desprende que

$$\mathrm{Re}\left[\oint_S \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \hat{n} ds\right] = \omega \int_V \big(\mu''|\vec{H}|^2 + \varepsilon''|\vec{E}|^2\big) dv < 0, \tag{2.7}$$

esto es, el flujo de energía a través de la superficie S (miembro izquierdo de la ecuación) debe igualar a las pérdidas dieléctricas y magnéticas en el medio (miembro derecho de la ecuación). El producto escalar en la integral de la izquierda es negativo debido a que el flujo de energía entrante corresponde a un vector de Poynting que apunta hacia dentro de la superficie y por tanto en sentido opuesto al vector superficie dirigido hacia fuera en la superficie cerrada. Por ello, la integral de la derecha ha de ser negativa, para lo cual se debe cumplir en el miembro derecho de la ecuación que

$$\begin{aligned} \varepsilon'' &< 0 \\ \mu'' &< 0. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Considérese ahora una onda plana que se propaga en un medio zurdo con número de onda $k = k' + jk''$ tal que $k^2 = \omega^2\varepsilon\mu$. Teniendo en cuenta que al tratarse de un medio zurdo $\varepsilon' < 0$ y $\mu' < 0$ y atendiendo a la condición dada en (2.8), $\mathrm{Im}(k^2) > 0$, lo cual se cumple si

$$\{k' > 0 \quad \text{y} \quad k'' > 0\} \quad \text{o} \quad \{k' < 0 \quad \text{y} \quad k'' < 0\}. \tag{2.9}$$

es decir, si el frente de onda viaja en el sentido en que crece la amplitud de la onda. Esto corresponde a ondas planas no uniformes de retroceso o *backward* [2].

Continuando con las propiedades de los medios zurdos, la expresión para la energía de un paquete de ondas cuasimonocromático que viaja en un medio dispersivo viene dada por [22]

$$U = \frac{1}{4}\Big(\frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega}|\vec{E}|^2 + \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega}|\vec{H}|^2\Big) > 0, \tag{2.10}$$

donde las derivadas parciales están evaluadas en la frecuencia central del paquete de ondas. Para que la densidad de energía sea positiva se debe cumplir

$$\frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega} > 0 \quad y \quad \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega} > 0, \tag{2.11}$$

que es compatible con $\varepsilon < 0$ y $\mu < 0$ siempre que se cumpla que

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega} > \frac{|\varepsilon|}{\omega} \quad y \quad \frac{\partial\mu}{\partial\omega} > \frac{|\mu|}{\omega}. \tag{2.12}$$

Esto implica que los medios zurdos tienen que ser necesariamente medios muy dispersivos [2].

Otros factores a tener en cuenta son la velocidad de grupo (v_g) y la velocidad de fase (v_f). Supóngase que una onda plana se propaga por un medio zurdo con

$k^2 = \omega^2\varepsilon\mu$. Dado que, como se ha mencionado anteriormente, los medios zurdos son muy dispersivos, ε y μ dependen de la frecuencia y, por tanto

$$\frac{\partial k^2}{\partial \omega} = \omega\varepsilon\frac{\partial(\omega\mu)}{\partial \omega} + \omega\mu\frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial \omega} < 0, \tag{2.13}$$

donde se han tenido en cuenta las condiciones dadas en (2.11). Si ahora se considera que $v_f = \omega/k$ y que $v_g = \partial\omega/\partial k$ podemos obtener

$$\frac{\partial k^2}{\partial \omega} = 2k\frac{\partial k}{\partial \omega} = 2\frac{\omega}{v_f v_g}. \tag{2.14}$$

Por tanto, teniendo en cuenta las ecuaciones (2.13) y (2.14) se obtiene

$$v_f v_g < 0. \tag{2.15}$$

Este resultado indica de nuevo que las direcciones de propagación del frente de ondas y del paquete de ondas son opuestas, en acuerdo con la propagación de ondas de retroceso.

Considérese ahora la refracción de una onda plana en la interfaz que separa un medio ordinario ($\varepsilon_1 > 0$ y $\mu_1 > 0$) de un medio zurdo ($\varepsilon_2 < 0$ y $\mu_2 < 0$) (ver Fig. 2.2). Para el ejemplo mostrado en la Fig. 2.2, la continuidad de la componente del vector de onda tangencial a la interfaz exige que la componente vertical del vector de onda sea la misma para el medio ordinario (1) y el medio zurdo (2). Por otro lado, en el medio zurdo el vector de onda y el vector de Poynting han de apuntar en sentidos opuestos como ya se ha visto anteriormente. Teniendo esto en cuenta, dado que en el ejemplo la energía incide desde la izquierda y viaja hacia la derecha, la componente horizontal del vector de onda en el medio 2 ha de apuntar en sentido opuesto al vector de Poynting, esto es, hacia la izquierda. De esta manera, el vector de ondas resultante en el medio 2 es el que se muestra en la figura y el vector de Poynting forma un ángulo negativo con respecto a la normal a la interfaz. Esto da lugar a la ley de Snell inversa que se muestra a continuación

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{-|\vec{k_2}|}{|\vec{k_1}|}, \tag{2.16}$$

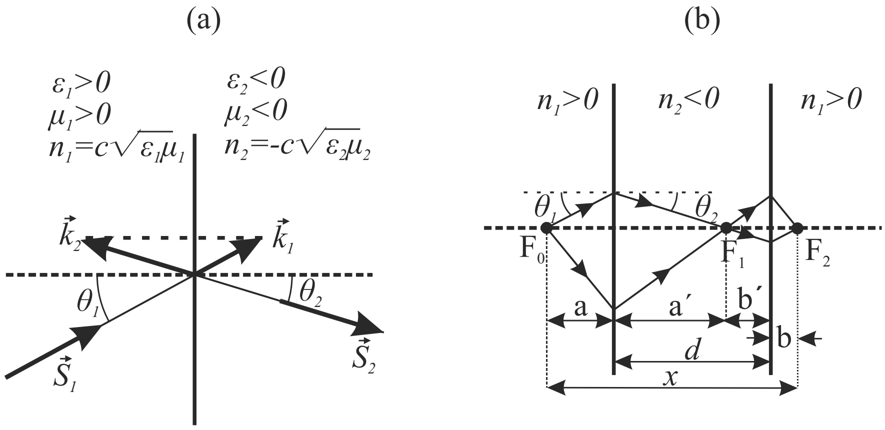

Figura 2.2: (a)Esquema de la refracción negativa entre un medio ordinario (izquierda) y un medio zurdo (derecha). En la ilustración se muestra el vector de onda y el vector de Poynting. (b)Focalización de ondas a través de una lámina plana con índice de refracción negativa. Las ondas que surgen de la fuente (F_0) forman la imagen en el foco (F_2).

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción del medio ordinario y del medio zurdo, respectivamente, y θ_1 y θ_2 son el ángulo que forma la onda incidente y la refractada, respectivamente, respecto de la normal a la superficie que separa ambos medios. Dado que en el medio ordinario $n_1 > 0$, se obtiene que el índice de refracción del medio zurdo es negativo ($n_2 < 0$). Esto lleva a que para el medio zurdo el índice de refracción se formule como

$$n_2 = -c\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} \tag{2.17}$$

La aplicación más interesante que se desprende de este fenómeno de refracción negativa es la capacidad de una lámina de espesor finito para focalizar la energía procedente de un punto (Fig. 2.2.b). Así, atendiendo a los parámetros del ejemplo mostrado en la Fig. 2.2.b, si se toma $n = n_2/n_1$ y se consideran solo los rayos paraxiales se tiene

$$|n| = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} \simeq \frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} \tag{2.18}$$

y por tanto, la distancia entre la fuente y el punto de focalización será

$$x = a + a' + b + b' = d + \frac{d}{|n|}. \tag{2.19}$$

En el caso particular de $n = -1$, cuando $\theta_1 = \theta_2$, se obtiene $x = 2d$. Además puede observarse que en este caso la refracción no se limita a rayos paraxiales [2].

2.2.2. Láminas con ε y μ negativos

Una vez se ha analizado el fenómeno de la refracción a través de una interfaz plana que separa dos medios ordinario y zurdo semiinfinitos, a continuación se estudia en detalle la propagación de ondas elecromagnéticas planas a través de una lámina plana con ε y μ negativas. Pero previamente a esto se analizará de nuevo la situación más simple correspondiente a dos medios semiinfinitos, uno ordinario y otro zurdo, separados por una interfaz plana, para obtener ahora en detalle los campos reflejados y transmitidos, lo que será de utilidad para el problema de la lámina. Considérese entonces el ejemplo mostrado en la Fig. 2.3 en el que ondas planas transversales eléctricas (TE) se propagan a ambos lados de la interfaz que separa estos dos medios. Estas ondas se descomponen en ondas positivas (+) y negativas (-) con una componente transversal común del vector de ondas, tomando como dirección positiva la dirección de propagación de la energía.

En la interfaz los campos transversales pueden escribirse como $E_i = E_{y,i} = E_{y,i}^+ + E_{y,i}^-$ y $H_i = H_{z,i} = H_{z,i}^+ - H_{z,i}^-$ donde el índice i es 1 para el medio ordinario y 2 para el medio zurdo. Se tiene entonces que, según la Fig. 2.3

$$E_{y,i}^{\pm} \propto e^{\mp jk_{x,i}x - jk_z z + j\omega t}, \tag{2.20}$$

donde se toma para el medio ordinario Re$(k_{x,1}) > 0$ y, de acuerdo con la propagación de ondas de retroceso, se toma para el medio zurdo Re$(k_{x,2}) < 0$. Una magnitud fundamental para el estudio de la transmisión es la impedancia de onda Z_i definida como el cociente entre las componentes transversales de los campos eléctrico y magnético

$$Z_i = \frac{E_{y,i}^+}{H_{z,i}^+}. \tag{2.21}$$

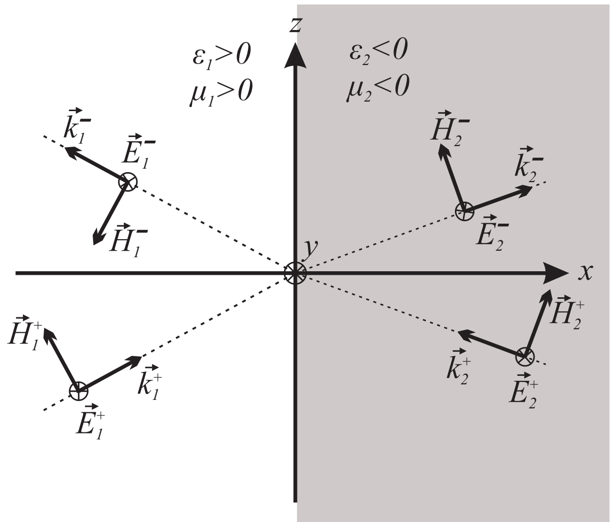

Figura 2.3: Definición de las ondas positivas y negativas para la determinación de la matriz de transmisión de una superficie que separa un medio ordinario (izquierda) de un medio zurdo (derecha).

Desarrollando el rotacional del campo eléctrico en las ecuaciones de Maxwell para ondas planas (2.1) se obtiene la igualdad

$$j(k_{z,i}\hat{x} - k_{x,i}\hat{z})E^{+}_{y,i} = -j\omega\mu(-H^{+}_{x,i}\hat{x} + H^{+}_{z,i}\hat{z}). \tag{2.22}$$

Dado que se trata de una igualdad vectorial en las componentes x y z, para cada componente surge una ecuación. Así, de la ecuación correspondiente a la componente z se desprende que

$$-jk_{x,i}E^{+}_{y,i} = -j\omega\mu H^{+}_{z,i}, \tag{2.23}$$

y, por tanto, la impedancia de onda definida como (2.21) resulta

$$Z_i = \frac{\omega\mu_i}{k_{x,i}}. \tag{2.24}$$

Teniendo en cuenta los signos de μ_i y $k_{x,i}$ en cada medio, Z_i es positivo en ambos medios como es de esperar para medios pasivos.

Después de expandir los campos en cada lado de la interfaz ($E_i = E_{y,i}^+ + E_{y,i}^-$ y $H_i = (E_{y,i}^+ - E_{y,i}^-)/Z_i$) y de imponer la continuidad de los campos transversales en la interfaz se puede obtener la ecuación matricial que relaciona los campos eléctricos en el medio 1 y en el medio 2 como

$$\begin{pmatrix} E_{y,1}^+ \\ E_{y,1}^- \end{pmatrix} = \frac{1}{2Z_2} \begin{pmatrix} Z_2 + Z_1 & Z_2 - Z_1 \\ Z_2 - Z_1 & Z_2 + Z_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{y,2}^+ \\ E_{y,2}^- \end{pmatrix}. \tag{2.25}$$

Los coeficientes de transmisión y reflexión a través de la interfaz se obtienen sustituyendo en la ecuación anterior $E_{y,1}^+ = 1$, $E_{y,1}^- = r$, $E_{y,2}^+ = t$ y $E_{y,2}^- = 0$. De esto resulta

$$r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad y \quad t = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}. \tag{2.26}$$

Considérese ahora el caso particular en el cual $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = -1$ y $\mu_2/\mu_1 = -1$. En el medio ordinario $k_{x,1} > 0$ y en el medio zurdo, debido a la propagación de ondas de retroceso, $k_{x,2} < 0$. Teniendo esto en cuenta en la expresión (2.24) se cumple que $Z_1 = Z_2$. Sustituyendo esto en la ecuación (2.26) se obtiene $t = 1$ y $r = 0$, esto es, el medio zurdo está adaptado al medio ordinario y no habrá reflexiones. Si se considera que ambos medios tienen pérdidas, entonces se cumple que Im($k_{x,1} < 0$) y, según la expresión (2.9), Im($k_{x,2} < 0$), esto es, las ondas propagativas se atenúan en la dirección positiva del eje x, como cabe esperar de la conservación de la energía. Un caso especialmente interesante resulta de suponer que tanto la onda incidente como la onda transmitida son evanescentes en la dirección x, lo cual ocurre si $k_z^2 > \omega^2\varepsilon\mu$ siendo para ambos medios $k_{x,i} = -j\sqrt{k_z^2 - \omega^2\varepsilon_i\mu_i} = -j\alpha_i$. En tal caso, con $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = -1$ y $\mu_2/\mu_1 = -1$, la impedancia de onda se vuelve imaginaria siendo $Z_1 = -Z_2$ y en virtud de ello $t = r \to \infty$, esto es, una resonancia. Dicha resonancia corresponde a la excitación de una onda de superficie propagándose a lo largo de la interfaz. Efectivamente, si se considera $k_{x,i} = -j\alpha_i$ en ambos medios, para el campo eléctrico se cumple

$$E_{y,i}^\pm \propto e^{\mp\alpha_i x - jk_z z + j\omega t}, \tag{2.27}$$

es decir, los campos $E_{y,i}^+$ de la Fig. 2.3 decaen exponencialmente en el sentido positivo del eje x tanto en el medio 1 como en el medio 2, mientras se propagan en la dirección transversal z. Análogamente, los campos $E_{y,i}^-$ crecen exponencialmente en el sentido positivo del eje x. Las ondas superficiales que se propagan sobre la interfaz que separa dos medios deben decaer a ambos lados de la interfaz. Así pues, las ondas superficiales se corresponden con la solución de la ecuación (2.25) tomando $E_1^+ = 0$ y $E_2^- = 0$, ecuación que tiene solución no trivial si $Z_1 + Z_2 = 0$, que teniendo en cuenta la ecuación (2.24) resulta

$$\frac{\mu_1}{\alpha_1} + \frac{\mu_2}{\alpha_2} = 0, \tag{2.28}$$

condición que solo se verifica si existe un cambio de signo en la permeabilidad magnética al pasar del medio 1 al medio 2. Matemáticamente existe otra solución que se obtiene de imponer $E_1^- = 0$ y $E_2^+ = 0$ en la ecuación (2.25), lo que nos lleva nuevamente a la condición (2.28), obteniendo modos de propagación de ondas sobre la interfaz que separa ambos medios, pero que crecen exponencialmente a ambos lados de la interfaz. Esta última situación carece de significado físico en el caso de una única interfaz. Sin embargo, estos modos juegan un papel fundamental cuando el medio zurdo es una lámina de cierto espesor situada entre dos medios ordinarios.

Para el caso de una lámina de espesor d que separa dos medios distintos es sencillo obtener la matriz de transmisión simplemente multiplicando las matrices correspondientes a cada medio

$$\begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} = \frac{1}{4Z_2Z_3} \begin{pmatrix} Z_2+Z_1 & Z_2-Z_1 \\ Z_2-Z_1 & Z_2+Z_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{jk_{x,2}d} & 0 \\ 0 & e^{-jk_{x,2}d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_3+Z_2 & Z_3-Z_2 \\ Z_3-Z_2 & Z_3+Z_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3^+ \\ E_3^- \end{pmatrix}, \tag{2.29}$$

donde Z_1 y Z_3 son las impedancias de los medios que rodean a la lámina, Z_2 es la impedancia de la lámina de espesor d con ε y μ negativos, y $\vec{E}_3^+$ y $\vec{E}_3^-$ son los campos inmediatamente después de la lámina. Considerando ahora que los medios que rodean a la lámina son idénticos ($Z_1 = Z_3$) y tomando $E_1^+ = 1$, $E_1^- = r$, $E_3^+ = t$ y $E_3^- = 0$, se obtienen los coeficientes de transmisión y reflexión

$$t = \frac{2Z_1Z_2}{2Z_1Z_2\cos(k_{x,2}d) + j(Z_1^2 + Z_2^2)\sin(k_{x,2}d)} \tag{2.30}$$

$$r = \frac{Z_2^2 - Z_1^2}{Z_2^2 + Z_1^2 - 2jZ_1Z_2\cot(k_{x,2}d)}. \tag{2.31}$$

2.2.3. Lentes con resolución sub-λ

Las ecuaciones (2.30) y (2.31) referentes a los coeficientes de reflexión y transmisión para una lámina de metamaterial permiten explicar una de las aplicaciones más interesantes que ofrecen los metamateriales, esta es, la posibilidad de obtener lentes de resolución sub-λ. Para analizar el mecanismo que subyace conviene hacer una serie de consideraciones previas.

Espectro de modos propagativos y evanescentes de una fuente puntual.

Considérese en primer lugar un dipolo puntual que oscila con frecuencia ω y que se halla situado frente a una lente convencional. El campo producido por el dipolo a una distancia x puede obtenerse mediante una expansión en armónicos de Fourier como

$$\vec{E}(x,y,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}k_y \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}k_z \widetilde{\vec{E}}(k_y,k_z) e^{-jk_x x - jk_y y - jk_z z + j\omega t}, \tag{2.32}$$

donde $k_x = \sqrt{k_0^2 - k_y^2 - k_z^2}$ representa la constante de propagación en la dirección de propagación x, k_y y k_z corresponden a las constantes de propagación que denominaremos transversales, $\widetilde{\vec{E}}(k_y,k_z)$ es el espectro del campo del dipolo en su posición y k_0 representa la constante de fase en el vacío o espacio libre, siendo $k_0^2 = \omega^2\varepsilon_0\mu_0$. El espectro del campo del dipolo está compuesto por armónicos propagativos y evanescentes dependiendo del valor del número de onda transversal. Los armónicos propagativos son aquellos tales que $k_x^2 = k_0^2 - k_y^2 - k_z^2 > 0$. Estos armónicos se propagan a través del medio. Es decir, los campos eléctricos y magnéticos asociados a estos armónicos se propagan sinusoidalmente con amplitud constante. Por otro lado, los armónicos evanescentes, aquellos tales que $k_x^2 = k_0^2 - k_y^2 - k_z^2 < 0$, corresponden a modos en los que la amplitud de los campos asociados decae exponencialmente en la dirección de propagación. Los armónicos evanescentes están asociados a números de onda transversal (k_y,k_z)

mayores que el número de onda en vacío o en el espacio libre $k_0 = 2\pi/\lambda$, donde λ representaría la longitud de onda en el vacío. Por tanto, los armónicos evanescentes están asociados a longitudes de onda en las direcciones transversales inferiores a λ y, por tanto, se puede afirmar que están asociados a dimensiones espaciales inferiores a λ en el plano transversal a la dirección de propagación. En los sistemas ópticos convencionales, como la lente de vidrio, los armónicos propagativos se propagan sin atenuación a través del aire y del sistema óptico. El sistema óptico introduce una variación de fase en estos armónicos que compensa la variación experimentada en el aire, de manera que los armónicos alcanzan el plano imagen con la misma fase que tenían en el plano que contiene la fuente. Es decir, los sistemas ópticos convencionales actúan restaurando la fase de los armónicos propagativos. Los armónicos evanescentes se propagan atenuándose tanto en el aire como en el sistema óptico convencional, de manera que llegan al plano imagen con una amplitud diferente (inferior) a la que tenían en el plano fuente. En resumen, los sistemas ópticos convencionales restablecen en el plano imágen la información asociada a los armónicos propagativos pero no la asociada a los armónicos evanescentes. Por tanto, los detalles espaciales de la fuente de escala inferior a λ desaparecen en la imagen y esta es la razón última por la que la resolución mínima de un sistema óptico convencional no puede ser mucho menor que λ (sub-λ). Por todo ello, en el caso del dipolo el campo proporcionado por la lente convencional queda limitado a una integral truncada a los números de ondas asociados a los modos propagativos

$$\vec{E}(x,y,z) \simeq \int_{-k_{max}}^{+k_{max}} \mathrm{d}k_y \int_{-k_{max}}^{+k_{max}} \mathrm{d}k_z \tilde{\vec{E}}(k_y,k_z) e^{-jk_x x - jk_y y - jk_z z + j\omega t}, \tag{2.33}$$

donde $k_{max} = k_0 = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0}$. El dipolo infinitesimal es entonces reconstruido con una resolución

$$2\pi/k_{max} = 2\pi/k_0 = \lambda. \tag{2.34}$$

Así pues, la obtención de una imagen con resolución sub-λ exige la restauración de la amplitud de los armónicos evanescentes en el plano imagen por parte del sistema óptico. Dado que esta amplitud decae en el espacio libre, una lente con resolución sub-λ debe ser capaz de amplificar la amplitud de los armónicos evanescentes para compensar la atenuación en el espacio libre. Así **la clave en el mecanismo de la resolución sub-λ es la amplificación de los armónicos evanescentes**. En el apartado anterior se ha visto que una lámina de metanaterial soporta la propagación de ondas de superficie. En el apartado siguiente se verá en detalle como el acoplo de los campos de una fuente con estas ondas de superficie permite amplificar los armónicos evanecenetes en la lámina, proporcionando así el mecanismo esencial para la resolución sub-λ mediante una lámina de metamaterial.

Amplificación de modos evanescentes con láminas de ε y μ negativos

Considérese una lámina con $\varepsilon = -1$ y $\mu = -1$ de espesor d. En este caso la ecuación (2.24) establece que la impedancia de la lámina se hace igual a la del vacío para cualquier onda propagativa y cualquier ángulo de incidencia. Así pues, la matriz de transmisión (2.25) en cada interfaz de la lámina se convierte en la matriz unidad para cualquier ángulo de incidencia, es decir, la lámina está adaptada al vacío. Además, teniendo en cuenta que se produce propagación de retroceso es fácil entender que la variación de la fase dentro de la lámina es de signo opuesto a la variación de la fase fuera de la lámina. Así pues, el cambio de fase producido fuera de la lámina puede compensarse con el cambio de fase producido en el interior de la lámina. Puede demostrarse que el incremento de fase se anula a una distancia $2d$ de la fuente. Por tanto, la lámina restaura la fase de los armónicos propagativos, como haría un sistema óptico convencional. Considérese ahora la incidencia de ondas evanescentes en la lámina con números de onda $k_{x,1} = k_{x,2} = -j\sqrt{k_z^2 - \omega^2\varepsilon_0\mu_0} = -j\alpha$. En esta situación, después de sustituir los valores de $k_{x,1}$ y $k_{x,2}$ en las ecuaciones (2.30) y (2.31) se tiene que

$$t = e^{\alpha d} \quad y \quad r = 0, \tag{2.35}$$

que implica que los armónicos evanescentes son amplificados dentro de la lámina. La amplificación de armónicos evanescentes se produce como consecuencia de la excitación de modos resonantes superficiales acoplados en las dos interfaces de la lámina. Bajo ciertas condiciones la excitación del modo superficial en la segunda interfaz (la más alejada de la lente) posee una mayor amplitud que el modo superficial en la primera interfaz. Así pues, el decaimiento exponencial en la dirección x del modo superficial en la segunda interfaz da lugar a un crecimiento exponencial dentro de la lámina. Este fenómeno no viola la ley de conservación de la energía dado que los modos evanescentes no transportan energía. La amplificación de los modos evanescentes dentro de la lámina implica que la amplitud de los campos se recupera a una distancia $2d$ de la fuente, al igual que ocurre con la fase de los armónicos propagativos. Por tanto, a una distancia $2d$ los modos propagativos recuperan la fase y los modos evanescentes recuperan la amplitud, de manera que todo el espectro de la fuente se recupera en el plano imagen a esa distancia. Esta capacidad de las láminas planas con $\varepsilon = \mu = -1$ les confiere el sobrenombre de **lentes perfectas**. Resulta conveniente señalar que la amplificación de los modos evanescentes, condición esencial para la obtención de resolución sub-λ, también se obtiene en medios con valores de ε y μ negativos pero diferentes de -1. Sin embargo, en este caso la matriz de transmisión (2.25) no es la matriz unidad, lo que indica que existen reflexiones en la lámina que resultan en pérdida de información en el plano imagen.

Como se ha comentado anteriormente, la resolución de un medio óptico cualquiera, dada por la expresión (2.34), está condicionada a $k_{max} = k_0 = \sqrt{\omega^2\mu_0\varepsilon_0}$ debido a que los modos evanescentes no contribuyen a la formación de la imagen. Sin embargo, ya se ha comprobado que una lámina de material zurdo con $\varepsilon = -1$ y $\mu = -1$ es capaz de restablecer la amplitud y fase de los modos evanescentes a una distancia $2d$ de la fuente. Por tanto, en medios zurdos $k_{max} \to \infty$ de modo que el campo en el plano imagen está dado por la expresión (2.32) en lugar del campo truncado (2.33).

Un caso más realista se obtiene de considerar un medio zurdo con pérdidas. Para realizar el estudio se reescribe la ecuación (2.30) como

$$t = \frac{4Z}{(1+Z)^2 e^{jk_{x,2}d} - (1-Z)^2 e^{-jk_{x,2}d}}, \tag{2.36}$$

donde $Z = Z_2/Z_1$. De la ecuación (2.24) se obtienen que $Z = 1$ si $k_{x,2} = -|k_{x,2}|$ es real, y $Z = -1$ si $k_{x,2} = -j\alpha$ es imaginario. Entonces $t \to \exp(j|k_{x,2}|d)$ para modos propagativos y $t \to \exp(\alpha d)$ para modos evanescentes. En ambos casos tanto la amplitud como la fase se restablecen a una distancia $2d$ de la fuente. Si se introducen ahora los valores $\varepsilon \to -\varepsilon_0(1 + j\delta_\varepsilon)$ y $\mu \to -\mu_0(1 + j\delta_\mu)$ y suponiendo también que $k_z >> k_0$, entonces $k_{x,2} = -j\alpha \simeq -j|k_z|$. Con todas estas consideraciones y teniendo en cuenta la ecuación (2.24) se obtiene

$$t \to \frac{4}{4e^{-|k_z|d} - \delta_\mu^2 e^{|k_z|d}}, \tag{2.37}$$

que para valores grandes de k_z resulta $t \simeq \exp(|k_z|d) \simeq \exp(\alpha d)$ siempre que $\delta_\mu^2 \exp(|k_z|d) < 4\exp(-|kz|d)$, o de otro modo

$$|k_z|d \lesssim ln\left(\frac{2}{\delta_\mu}\right). \tag{2.38}$$

Un resultado completamente análogo se obtiene para ondas con polarización TM. Se tiene entonces que para un dipolo puntual el campo (2.32) se reduce al campo truncado (2.33) con

$$k_{max} \approx \frac{1}{d} ln\left(\frac{2}{\delta}\right); \quad \delta = \mathrm{Max}(\delta_\varepsilon, \delta_\mu) \tag{2.39}$$

y por tanto, la fuente infinitesimal es reconstruida por la lente con una resolución

$$\frac{\Delta}{d} \gtrsim \frac{2\pi}{k_{max}d} = 2\pi\left(ln\left(\frac{2}{\delta}\right)\right)^{-1}. \tag{2.40}$$

Lo más relevante de esta expresión es la ausencia de la longitud de onda, de forma que para materiales zurdos con pocas pérdidas, la resolución no depende de la longitud de onda, sino tan solo de las pérdidas y del espesor de la lente. Dado que los medios físicamente realizables siempre contarán con algunas pérdidas, se habla de super-lente en lugar de lente perfecta, la cual correspondería al caso ideal sin pérdidas. Para un sistema con pérdidas realistas, según la ecuación (2.40), la resolución mínima de una super-lente es del orden del espesor de la misma. Dado que la distancia entre la fuente y la imagen ha de ser también de ese orden (puesto que a distancias mayores los armónicos evanescentes amplificados en la lámina vuelven a atenuarse excesivamente en la región situada entre la lente y el plano imagen) **la resolución sub-λ solo es posible a distancias inferiores a la longitud de onda, esto es, en la región de campo cercano siendo la resolución del orden del espesor de la lámina**. En dicha región es válida la aproximación cuasiestática para los campos eléctricos y magnéticos, por lo que están desacoplados. Por tanto, según que la fuente sea predominantemente eléctrica (como un dipolo eléctrico) o magnética (una espira de corriente), para obtener resolución sub-λ solo ha de exigirse que o bien $\varepsilon = -1$ o bien $\mu = -1$, respectivamente. En el caso de una super-lente que interaccione con el campo magnético se ha de exigir únicamente que $\mu = -1$.

Amplificación de modos evanescentes mediante superficies de fase conjugada

Como se ha demostrado en los apartados anteriores, una lámina plana constituida a partir de un medio de $\varepsilon = -1$ y $\mu = -1$ funcionaría idealmente como una lente perfecta que permite restablecer la fase de los modos propagativos así como la amplitud de los modos evanescentes. La restauración de la amplitud de los armónicos evanescentes es la responsable de la resolución sub-λ. En la práctica, las pérdidas limitan este fonómeno a la región de campo próximo. Tanto la refracción negativa en las interfaces del medio zurdo como el crecimiento de la amplitud de los modos evanescentes producido por los modos superficiales excitados en la interfaz contribuyen a al funcionamiento de la lente. Sin embargo, cualquier par de superficies a través de las cuales se de refracción negativa y que al mismo tiempo soporte modos de propagación superficiales cuando $k_x^2 > \omega^2\varepsilon\mu$ debe llevar al mismo resultado que un medio de $\varepsilon = -1$ y $\mu = -1$ [23], [24]. A estas superficies se les llama superficies de fase conjugada (SFC).

En la Fig. 2.3, las ecuaciones de Maxwell en la región 2 para campos que varían armónicamente en el tiempo están dadas por

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= j\omega|\mu|\vec{H} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= -j\omega|\varepsilon|\vec{E}\ . \end{aligned} \tag{2.41}$$

Puede observarse que la única diferencia entre las ecuaciones (2.1) y (2.41) es el signo de la unidad imaginaria. Por tanto, si se toma el complejo conjugado de la ecuación (2.41) se recuperan las ecuaciones de Maxwell para medios ordinarios

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E}^* &= -j\omega|\mu|\vec{H}^* \\ \vec{\nabla} \times \vec{H}^* &= j\omega|\varepsilon|\vec{E}^* \; . \end{aligned} \tag{2.42}$$

Las ecuaciones (2.41) y (2.42) indican que el problema de la propagación de campos electromagnéticos por un medio zurdo es matemáticamente equivalente a la propagación de los campos electromagnéticos complejos conjugados por una medio ordinario con $\varepsilon = 1$ y $\mu = 1$. De la ecuación (2.42) se deduce que

$$\begin{aligned} \vec{k} \times \vec{E}^* &= \omega\mu\vec{H}^* \\ \vec{k} \times \vec{H}^* &= -\omega\varepsilon\vec{E}^* \; , \end{aligned} \tag{2.43}$$

de forma que $\vec{E}^*$, $\vec{H}^*$ y $\vec{k}$ forman un triedro diestro en la región 2 (Fig. 2.4), como cabe esperar de un medio ordinario.

Para demostrar que bajo estas condiciones también puede darse el fenómeno

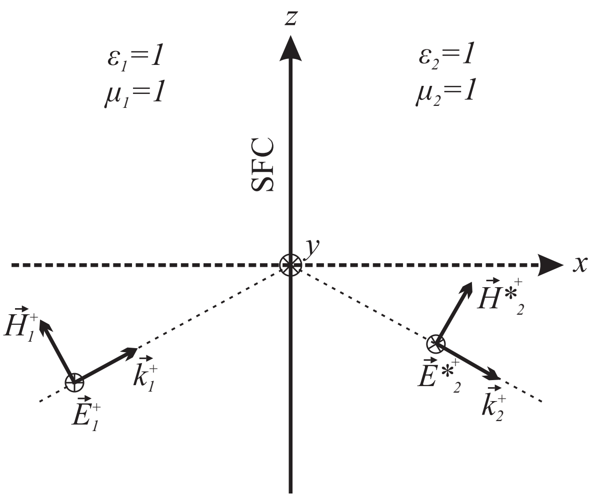

Figura 2.4: Definición de las ondas positivas y negativas para la determinación de la matriz de transmisión de una superficie de fase conjugada que separa dos medios ordinarios.

de la refracción negativa solo es necesario observar que, debido a que los campos son conjugados, el fasor correspondiente al campo eléctrico en la región 2 es $e^{jk_{x,2}x+jk_{z,2}z}$ mientras que en la región 1 el fasor es $e^{-jk_{x,1}x-jk_{z,1}z}$, lo cual nos indica que la componente transversal del vector de ondas cambia de signo al atravesar la SFC. Por otro lado, los coeficientes de transmisión y reflexión a través de la SFC están dados ahora por las expresiones

$$r = \frac{Z_2^* - Z_1}{Z_2^* + Z_1} \quad y \quad t = \frac{2Z_2^*}{Z_2^* + Z_1}. \tag{2.44}$$

Si inciden ondas evanescentes su impedancia es imaginaria de forma que aparecen modos resonantes superficiales sobre la SFC ($Z_2^* + Z1 = 0$). Así pues, las SFCs son capaces de soportar tanto la refracción negativa como la excitación de modos de propagación superficiales de la misma forma que lo hacen los medios zurdos. Por tanto, es de esperar que dos SFCs situadas en un medio ordinario se comporten de forma análoga a un medio con $\varepsilon = -1$ y $\mu = -1$ dando lugar a resolución sub-λ. Esta equivalencia permitirá analizar más adelante el funcionamiento de un dispositivo conocido como lente magnetoinductiva desde la perspectiva del modelo de SFC y desde la visión de un medio de μ negativa.

Capítulo 3

Lentes magnéticas de anillos resonantes para imagen por resonancia magnética: resolución debida al carácter discreto

3.1. Introducción

En los capítulos anteriores se introdujeron los fundamentos de la adquisición de imágenes por RM y la teoría de las lentes de metamaterial con ε y/o μ negativos. Como ya se comentó en el capítulo 2, las lentes de metamaterial proporcionan resolución sub-λ en la región de campo próximo. En esta región, los campos eléctricos y magnéticos están desacoplados, de manera que a la hora de desarrollar una lente con resolución sub-λ, sólo es necesario implementar un medio con ε o μ negativa, según que la fuente de campo sea predominantemente eléctrica o magnética, respectivamente. En el caso que nos ocupa de metamateriales aplicados a RM, las fuentes son bobinas que emiten (o reciben) campos magnéticos de RF. Así, el presente capítulo se centra en el análisis de lentes de metamaterial con μ negativa para el campo magnético de RF, y en particular, se investiga la resolución real de estas lentes. Los metamateriales se implementan en general mediante redes periódicas discretas de elementos resonantes [2]. En las secciones siguientes se lleva a cabo en primer lugar una revisión acerca de las distintas posibilidades analizadas en la bibliografía a la hora de elegir elementos resonantes para la implementación de metamateriales para RF. Entre estas posibilidades, el elemento más apropiado a efectos prácticos resulta ser el anillo conductor resonante [25], ya que permite implementar fácilmente una estructura tridimensional isótropa, una propiedad que resulta esencial para un dispositivo generador de imágenes. Una estructura concreta consistente en una lámina plana con una distribución cúbica tridimensional de anillos resonantes [10] se toma como punto de partida para el análisis. El dispositivo recogido en [10] constituye la primera realización práctica de una lente de campo magnético de RF con aplicación en RM. A continuación se caracteriza la permeabilidad efectiva de dicha lámina haciendo uso de un modelo circuital para el anillo resonante y de un modelo de homogenización simple para la estructura. Una vez efectuada esta revisión, se investiga a continuación de forma detallada la resolución real de este dispositivo. Aunque en el capítulo anterior se introdujo la resolución teórica que caracteriza las lentes de metamaterial con resolución sub-λ, dicha resolución resultaba de un análisis para un medio homogéneo. La estructura real que nos ocupa es una estructura discreta que requiere de un análisis más detallado para dar cuenta de este carácter discreto. En este trabajo dicho análisis se lleva a cabo a partir de la función de transferencia de la estructura, obtenida numéricamente mediante el software CST *Microwave Studio*. Los resultados de este análisis numérico se ponen en relación con las medidas obtenidas en un experimento diseñado para la medida directa de la resolución. Este análisis numérico y experimental se lleva a cabo además para variaciones de la estructura original en la que se suprimen los anillos resonantes de las interfaces externas de la estructura al objeto de investigar que estructura discreta concreta muestra un comportamiento más similar al de un medio homogéneo.

3.2. Implementación física y caracterización de lentes magnéticas

En la presente sección se discute la implementación física de lentes de metamaterial con permeabilidad negativa para el campo magnético de RF. En general, los metamateriales se construyen por medio de la combinación de elementos resonantes para dar lugar a una estructura periódica y discreta en la que las dimensiones de la celda unidad son mucho menores que la longitud de onda de interés, al objeto de que la estructura se comporte como un medio efectivo [2]. En efecto, si se denomina a al periodo de la red discreta, para evitar posibles efectos de radiación a la frecuencia ω, se debe cumplir la condición

$$a << \lambda = \frac{2\pi c}{\omega}, \tag{3.1}$$

donde c es la velocidad de la luz. Si esta condición no se satisface, la estructura interna puede difractar las ondas electromagnéticas. Así pues, la condición dada es fundamental para que se pueda considerar el estudio de ondas electromagnéticas que inciden sobre un medio con μ efectiva.

Para el rango de RF se han propuesto elementos resonantes constitutivos tales como el denominado rollo suizo (o en inglés *swiss roll*) [26]. El *swiss roll* (ver Fig. 3.1.a) consiste en una lámina conductora que se enrolla sobre sí misma junto con una delgada lámina dieléctrica hasta adquirir forma cilíndrica. La Fig. 3.1.d muestra un modelo circuital aplicable al *swiss roll* (y a otros elementos resonantes) donde L corresponde a la autoinducción de la estructura cilíndrica en espiral y C corresponde a la capacidad distribuida resultante del arrollamiento. La ecuación para la corriente excitada por un campo externo en este circuito vendría dada por

$$\left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L\right) I = \Sigma, \tag{3.2}$$

donde Σ es la excitación externa. Resolviendo la ecuación para $\Sigma = 0$ se obtiene la frecuencia de resonancia $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. En la bibliografía se pueden encontrar diferentes trabajos que exploran las posibilidades de aplicar los *swiss rolls* en la

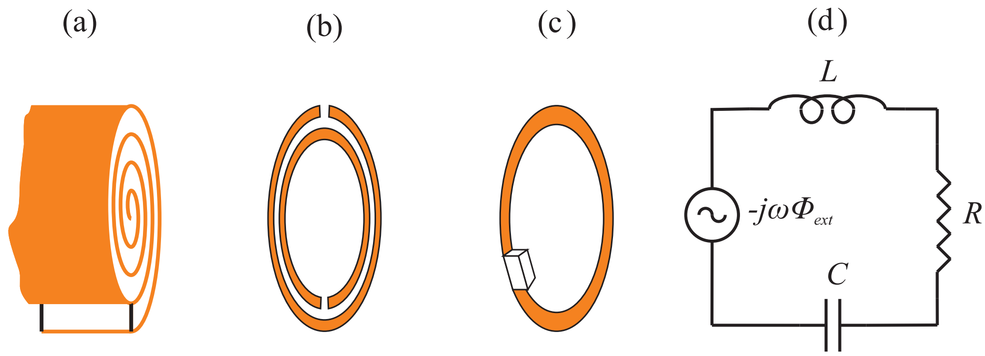

Figura 3.1: (a) Esquema del *Swiss Roll*. (b) Esquema del SRR. (c) Esquema del CLR. (d) Modelo circuital aplicable a los elementos resonantes en a, b y c.

fabricación de metamateriales para la adquisición de imágenes médicas por RM [27]-[30].

Otro elemento resonante propuesto en la bibliografía para la implementación de metamateriales es el basado en anillos conductores [25]. Una ventaja de los anillos frente a los *swiss rolls* es la posibilidad de construir arreglos periódicos tridimensionales isótropos de forma más sencilla gracias a que los anilllos pueden orientarse en cualquier dirección del espacio de forma simple en comparación con el apilamiento que impone la forma cilíndrica de los *swiss rolls*. Esta ventaja es lo que hace posible la construcción de metamateriales isótropos con anillos, lo que no es tan factible con *swiss rolls*. Así, en la bibliografía, las estructuras que se han investigado basadas en *swiss rolls* son arreglos monodimensionales actuando como guías de flujo de RF con aplicación en RM [27],[28] o bidimensionales con una finalidad académica [29], pero en ningún caso redes periódicas tridimensionales. En cambio, en la bibliografía si se pueden encontrar ejemplos de estructuras tridimensionales a base de anillos resonantes aplicadas a RM, como el ejemplo ya citado de la primera lente de campo magnético para RM [10], y una estructura similar desarrollada posteriormente por otros autores [31]. Algunos autores han investigado también la posibilidad de usar hilos conductores para implementar metamateriales para RM [32], aunque sólo para construir una guía de flujo de RF monodimensional [32]. En la bibliografía, gran parte de los metamateriales investigados en el rango de los GHz a los THz que hacen uso de anillos resonantes se basan en el uso de anillos resonantes cortados (o SRR, del inglés split ring resonator [2], [25] como el mostrado en la Fig. 1.1.b. La capacidad que hace resonar al SRR viene dada por la capacidad distribuida existente entre los dos anillos cortados que componen la estructura. Un dispositivo de aplicación práctica en RM debe tener un tamaño limitado a las decenas de cm para poder ser introducido en el escáner. Un arreglo de anillos diseñado para este tipo de aplicación debe tener por tanto una limitación en el tamaño del anillo empleado del orden del cm. Cuando se pretende bajar en frecuencia desde el régimen de los GHz o los THz hasta la RF (MHz), esto es, el rango de aplicación de la RM, nos encontramos con que la permitividad de los sustratos dieléctricos comerciales no es lo suficientemente elevada como para poder conseguir la capacidad distribuida necesaria que haga resonar un SRR de un tamaño del orden del cm. Una alternativa práctica al SRR a frecuencias típicas de los MHz consiste en un anillo metálico en el que la capacidad distribuida en los SRR se ha sustituido por la capacidad localizada de un condensador comercial (ver Fig. 3.1.c). Este tipo de resonador se denomina CLR por sus siglas en inglés (*capacitively loaded rings*). El CLR es un elemento idóneo para la implementación de metamateriales para RM, tal y como se discutirá a continuación. En la bibliografía pueden encontrarse distintos trabajos acerca de metamateriales basados en CLR con aplicación directa en RM [10],[31],[33]-[38]. El CLR cuenta con una ventaja adicional frente al SRR en lo que se refiere a la tolerancia en la frecuencia de resonancia al fabricar un gran número de elementos, ya que en el caso de los CLR es menor. Esta tolerancia ha de ser lo mínima posible ya que un dispositivo con aplicación en RM requiere una respuesta en frecuencia con un ancho de banda muy estrecho (anchos de banda típicos de decenas de KHz centrados en frecuencias en torno a los MHz), por lo que los elementos constitutivos del dispositivo han de ser casi idénticos para que la dispersión en los valores de la frecuencia de resonancia sea mínima. La tolerancia en la frecuencia de resonancia de un anillo resonante viene dada por la tolerancia en la capacidad y la tolerancia en la autoinducción del mismo. La tolerancia en la autoinducción está determinada por la tolerancia en las dimensiones de los anillos conductores y es prácticamente despreciable gracias a que en los distintos procesos de fabricación de circuitos impresos existentes (como el fresado por mecanizado, *photoetching* o ataque químico, fresado por ablación láser) la tolerancia en las dimensiones de fabricación es del orden las micras frente a tamaños de anillos del cm. La tolerancia en la frecuencia de resonancia viene entonces fijada por la tolerancia en la capacidad. Los condensadores comerciales, en particular los de montaje superficial (o SMD por sus siglas en inglés *surface mounting device*), pueden encontrarse con una tolerancia mínima del orden del 1 % [1], lo que se traduce en una tolerancia en la frecuencia de resonancia de los CLR fabricado con ellos del 0.5 % (esto es, la mitad, debido a la dependencia de la frecuencia de resonancia con la capacidad a través de la raíz cuadrada). Por contra, las tolerancias en el espesor y la permitividad de los sustratos comerciales de bajas pérdidas para aplicaciones en RF no permiten obtener tolerancias tan pequeñas para la capacidad distribuida de los SRR. Así, por ejemplo, en el caso de los sustratos *Arlon* [2], comúnmente usados para circuitos de RF y microondas por sus bajas pérdidas, la tolerancia mínima en los sustratos de más alta permitividad está en torno al 3 % , lo que directamente limita también al 3 % la tolerancia en la capacidad distribuida de los SRR fabricados con ellos y por tanto fija un límite del 1.5 % en la frecuencia de resonancia de los SRR, esto es, tres veces mayor que en los CLR, y sin tener en cuenta la tolerancia en el espesor, que aún incrementaría más este valor.

Continuando con el análisis del CLR a partir del modelo circuital mostrado en la Fig. 3.1.d, supóngase ahora que el CLR está excitado por medio de un campo magnético externo dirigido a lo largo del eje del anillo, siendo la excitación $\Sigma = -j\omega\Phi_{ext}$, donde Φ_{ext} es el flujo de campo magnético externo a través de la superficie delimitada por el CLR. De la ecuación anterior para la corriente se tiene ahora

$$I = \frac{\Phi_{ext}}{L}\frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}. \tag{3.3}$$

[1]http://www.knowlescapacitors.com/voltronics/en/globalnavigation/products/non-magnetic-ceramic-chip-capacitors

[2]*http://www.arlon-med.com/AD-Series-:-Low-Loss-Dielectric-for-Commercial-RF-Applications/*

El momento dipolar magnético para un anillo viene dado por $m = \pi r^2 I$, donde r es el radio medio del anillo, y por otro lado $\Phi_{ext} = \pi r^2 B^{ext}$. Dado que el campo externo B^{ext} y el momento dipolar magnético m están relacionados por la polarizabilidad α_m por medio de la expresión $m = \alpha_m B^{ext}$, teniendo en cuenta la ecuación (3.3) se tiene que la polarizabilidad magnética vendrá dada por

$$\alpha_m = \frac{\pi^2 r^4}{L} \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}. \tag{3.4}$$

Como se vio en el capítulo anterior, las pérdidas son un factor limitante en las propiedades de los metamateriales cuya importancia ha de tenerse en cuenta. En los CLR las pérdidas están dadas por la suma de las pérdidas óhmicas en el conductor y la resistencia en serie equivalente del condensador comercial. Si se considera una resistencia total R para los CLR que tenga en cuenta ambos mecanismos de pérdidas, la polarizabilidad pasa a ser

$$\alpha_m = \frac{\pi^2 r^4}{L} \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{R}{L}\omega}. \tag{3.5}$$

Considérese ahora una red tridimensional de anillos como la mostrada de forma esquemática en la Fig. 3.2.a. Este esquema representa la estructura que se muestra en la fotografía de la Fig. 3.2.b, que a su vez corresponde a la lente de campo magnético para RM ya citada anteriormente [10]. Esta estructura se usará como base para el análisis que viene a continuación.

En primera aproximación, la subsceptibilidad magnética de una distribución tridimensional de anillos con periodicidad a cuya polarizabilidad magnética esté dada por la ecuación anterior se podrá escribir como $\chi \simeq \mu_0 \alpha_m / V$, donde $V \gtrsim a^3$. La permeabilidad magnética relativa, que se define como $\mu = 1 + \chi$ (aunque en los manuales de Electromagnetismo se suele denotar como μ_r, en la mayoría de las publicaciones relacionadas con metamateriales se suele escribir μ), podrá entonces escribirse

$$\mu = 1 + \frac{r_n^3}{L_n} \frac{\omega_n^2}{1 - \omega_n^2 + j\gamma_n \omega_n}, \tag{3.6}$$

donde $\omega_n = \omega/\omega_0$ es la frecuencia normalizada, $L_n = L/\mu_0 r \pi^2$ es la autoinductancia normalizada, $r_n = r/a$ es el factor de llenado y $\gamma_n = R/\omega_0 L$ es el factor de

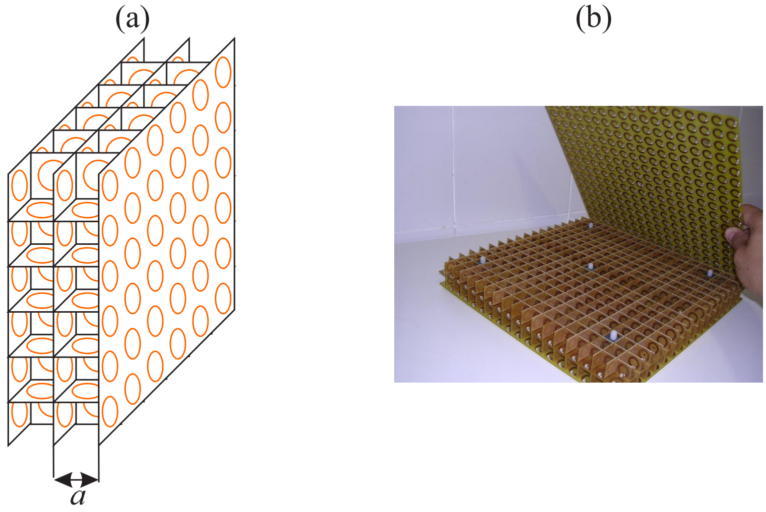

Figura 3.2: (a) Esquema de la lente tridimensional de $\mu = -1$. (b) Fotografía del prototipo fabricado.

amortiguamiento normalizado. La lente que corresponde a la estructura de la Fig. 3.2.b y descrita en [10] está constituida por un arreglo tridimensional de $27 \times 27 \times 3$ cm^3 con $18 \times 18 \times 2$ celdas cúbicas con periodicidad $a = 15$ mm y 2196 CLRs. Cada CLR está formado por un anillo de radio externo $r = 6{,}02$ mm y ancho de pista $w = 2{,}17$ mm, que contiene un condensador no magnético ATC100B (*American Technical Ceramics Corp., NY, USA*) con capacidad nominal $C = 470$ pF, tolerancia $1\,\%$ y resistencia serie equivalente ultra baja, especialmente diseñados para aplicaciones de RM. La frecuencia de resonancia de los anillos es de $f = 63{,}27$ MHz (la frecuencia de operación del dispositivo es $63{,}87$ MHz, que corresponde a la frecuencia de Larmor en un escáner de RM de $1{,}5$ T). A partir de la frecuencia de resonancia y del valor de la capacidad se obtiene la autoinducción $L = 13{,}5$ nH. A partir de la medida del factor de calidad se obtiene la resistencia de los anillos $R = 0{,}0465\ \Omega$. Estos parámetros proporcionan as su vez los valores normalizados $L_n = 0{,}2206$, $r_n = 0{,}329$ y $\gamma_n = 0{,}00869$. Sustituyendo estos valores en la expresión (3.6) se obtienen las curvas que se muestran en la Fig. 3.3 para la parte real, μ', e imaginaria, μ'', de la permeabilidad magnética efectiva que caracteriza la lente en [10] y mostrada en la Fig. 3.2. Estas curvas presentan una forma típica de Lorentz

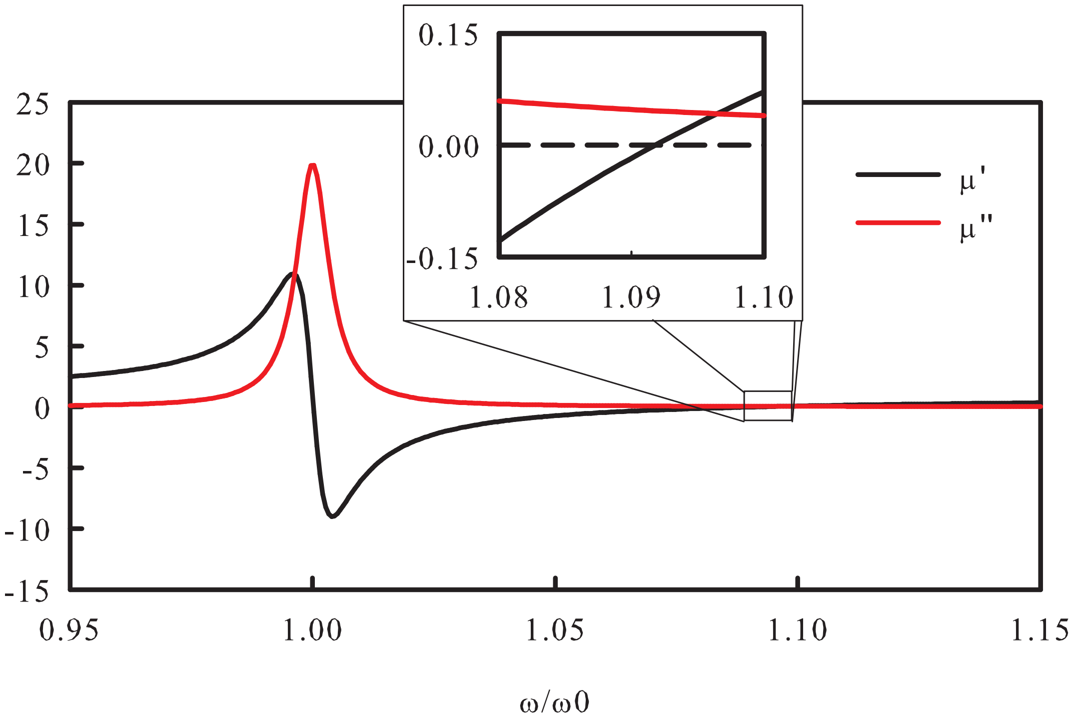

Figura 3.3: Dependencia de la parte real (línea negra) y de la parte imaginaria (línea roja) de μ en función de la frecuencia.

cerca de la frecuencia de resonancia, con valores negativos de μ' justo por encima de la frecuencia de resonancia (en particular, a la frecuencia en que $\mu' = -1$ se tiene $\mu'' = -0{,}21$). Resulta particularmente interesante observar que debido a la forma típica de Lorentz, μ' toma valores elevados a un lado y otro de la frecuencia de resonancia ω_0, así como pasa por cero a una frecuencia superior a ω_0. En general, valores altos de permeabilidad hacen que un medio se comporte como una pared magnética, dando lugar a un sumidero de campo magnético en el que las líneas de campo inciden perpendicularmente a su superficie. Por otro lado, en un medio con $\mu = 0$, la continuidad de la componente tangencial del vector intensidad del campo magnético, $\vec{H}$, y de la componente normal del campo magnético, $\vec{B}$, imponen que el campo magnético en la superficie de un medio de $\mu = 0$ debe ser tangencial a la superficie, impidiendo el paso de las líneas de campo a través de él. Resumiendo, medios con $\mu = 0$ o $\mu \to \infty$ pueden expulsar o confinar, respectivamente, las líneas de campo magnético. Así, una red tridimensional de CLRs puede ser diseñada para expulsar o confinar el flujo de campo magnético de RF a la frecuencia de interés [35], lo que se investiga en detalle en el capítulo 5 para una aplicación orientada a la mejora de la sensibilidad de bobinas de superficie en RM. El modelo de medio continuo caracterizado por la ecuación (3.6) es relativamente simple. Existen modelos más avanzados para estudiar una distribución tridimensional de CLRs como si se tratara de un medio continuo. Así, en [39] se presenta un modelo que tiene en cuenta la interacción de los anillos con todos sus vecinos utilizando el método de la cavidad de Lorentz. Este modelo está pensado para estudiar el comportamiento de metamateriales extensos en las tres dimensiones. En [40] se presenta un modelo para láminas de espesor finito y pequeño en comparación con las dimensiones transversales al espesor, haciendo también uso del método de la cavidad de Lorentz pero en dos dimensiones. Este útimo modelo permite predecir con bastante precisión la frecuencia correspondiente a $\mu' = -1$ y su parte imaginaria, μ'', y fue el empleado para diseñar el dispositivo mostrado en [10]. Sin embargo, para realizar una descripción cualitativa del comportamiento en frecuencia de la permeabilidad efectiva de un medio homogeneo, tal y como aquí se ha hecho, la expresión (3.6) es suficiente.

3.3. Análisis de la resolución

En el capítulo anterior se discutió como una lámina de metamaterial, actuando como una lente de campo próximo con resolución sub-λ, tiene una resolución Δ dada por la expresión (2.40). Esta expresión es función del espesor d de la lámina y de la tangente de pérdidas δ de la misma. En el caso de la lente de campo magnético para RM [10] mostrada en la Fig. 3.2 y que se viene usando como ejemplo para nuestra discusión, el modelo sencillo de medio continuo antes discutido predice una parte imaginaria $\mu'' = -0{,}21$ asociada al valor real de permeabilidad $\mu' = -1$, como ya se ha indicado, y por tanto una tangente de pérdidas δ =0.2 para este caso. Teniendo esto en cuenta y que el espesor de la lámina d para este ejemplo es de dos celdas unidad [10], esto es, $d = 2a$ (ver Fig. 3.2), la sustitución de estos valores en la expresión (2.40) proporciona un valor para la resolución de Δ =5.5a, esto es, una resolución de entre 5 y 6 veces el tamaño de la celda unidad. El objetivo en la presente sección es investigar el grado de aproximación de esta predicción, ya que el sencillo modelo descrito anteriormente que proporciona el valor concreto de $\mu = -1 - j0{,}21$ no contempla el carácter esencialmente discreto de la estructura. Para llevar a cabo esta investigación se compara la función de transferencia de la lámina homogénea de permeabilidad descrita según la ecuación (3.6) con la función de transferencia de la estructura real discreta [41]. La función de transferencia es una magnitud que permite cuantificar las cualidades de un dispositivo generador de imagen y que se define como el cociente entre el campo en el plano de imagen y el campo en el plano de la fuente [21]. Para determinar la influencia del carácter discreto en la resolución es conveniente efectuar un análisis que prescinda de las pérdidas para que el efecto de éstas no enmascare los efectos del carácter discreto. Por ello, en la presente sección se lleva a cabo un análisis de la resolución de una estructura como la mostrada en [10] pero despreciando sus pérdidas. La Fig. 3.4.a muestra de nuevo el esquema de esta estructura consistente en un arreglo tridimensional periódico de anillos que da lugar a una lámina de dos celdas unidad de espesor y con interfaces externas en las que los anillos se disponen paralelamente a la interfaz. Esta estructura, no obstante, no es del todo periódica, ya que aunque sí lo es en las direcciones transversales (x e y), no lo es así en la dirección perpendicular a la lámina (z). En el presente trabajo se efectúa un análisis de la función de transferencia de esta estructura pero también de la estructura netamente periódica que se muestra en la Fig. 3.4.b y que resulta de eliminar los anillos de una de las dos interfaces externas. Asimismo se analiza también la estructura que resulta de eliminar ambas interfaces (ver Fig. 3.4.c), una estructura que tampoco es periódica en la dirección perpendicular a la lámina.

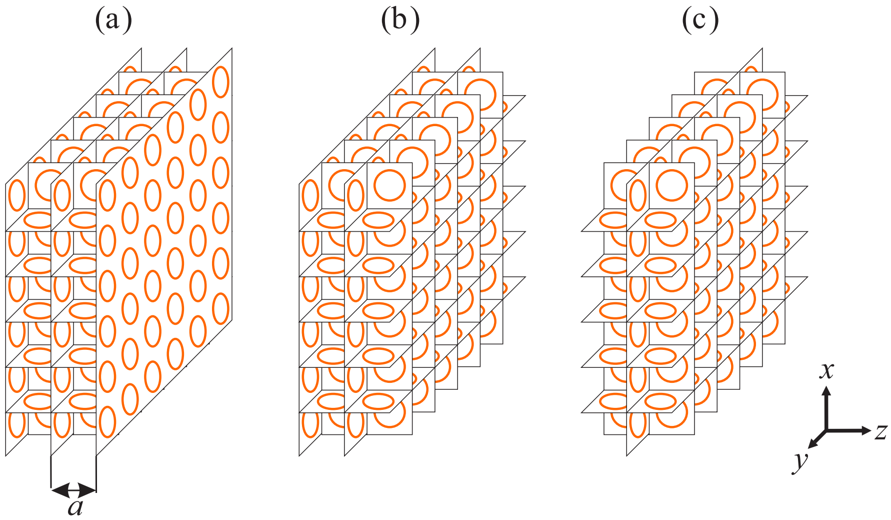

Figura 3.4: Esquema de las diferentes estructuras de anillos analizadas: (a) cerrada por dos interfaces de anillos paralelos a la interfaz [10], (b) con una interfaz y (c) abierta.

3.3.1. Cálculo de la función de transferencia

Para una lámina de metamaterial actuando como lente de campo cercano, el interés reside en obtener la función de transferencia para los armónicos evanescentes de la distribución de campo. Para el análisis que viene a continuación, se define la función de transferencia $T(\omega, k)$ como el coeficiente de transmisión entre el plano fuente y el plano imagen, a la frecuencia ω, para cada harmónico evanescente con número de onda transversal k en un plano paralelo a las interfaces de la lámina (plano xy). Con el fin de establecer primero la referencia a efectos comparativos, se procede en primer lugar a calcular la función de transferencia de la lámina de material homogénea caracterizada por el modelo descrito en la sección anterior que conduce a la ecuación (3.6) para la permeabilidad. Esta función de transferencia puede ser obtenida analíticamente como [2]

$$T(\omega, k) = \frac{4\mu e^{-|k|d}}{(\mu+1)^2 e^{|k|d} - (\mu-1)^2 e^{-|k|d}}, \tag{3.7}$$

donde d es el espesor de la lámina y μ vendrá dada por la ecuación (3.6). Para evaluar la ecuación (3.6) se emplean los mismos parámetros constitutivos de la lente en [10] ya utilizados para obtener los valores de la gráfica de μ en la Fig. 3.3, pero considerando anillos sin resistencia. La Fig. 3.5.a muestra un mapa bidimensional de los valores de $T(\omega, k)$ así obtenidos para valores del número de ondas transversal k en el intervalo $[0, 1/a]$, donde a es la periodicidad de la lente. Se observan dos crestas en las cuales $T \to \infty$. Estas crestas se corresponden con la excitación de los plasmones de superficie discutidos en el capítulo anterior. Entre estas dos crestas se observa una región plana con $T \simeq 1$. Esta región define el estrecho intervalo de frecuencias para el cual todos los armónicos evanescentes presentan en el plano imagen la misma amplitud que en el plano fuente, de manera que la imagen es transferida sin distorsión desde el plano fuente al plano imagen [2]. La Fig. 3.5.b muestra cortes o perfiles de T para valores concretos de k en los que las crestas dan lugar a picos o resonancias. Alrededor de la frecuencia central de la región plana para T, los perfiles se solapan y toman el valor unidad. En caso de incluir las pérdidas en el análisis, los perfiles no se solaparían y tomarían valores inferiores a la unidad en esta región central.

Una vez discutidos los aspectos fundamentales de la función de transferencia

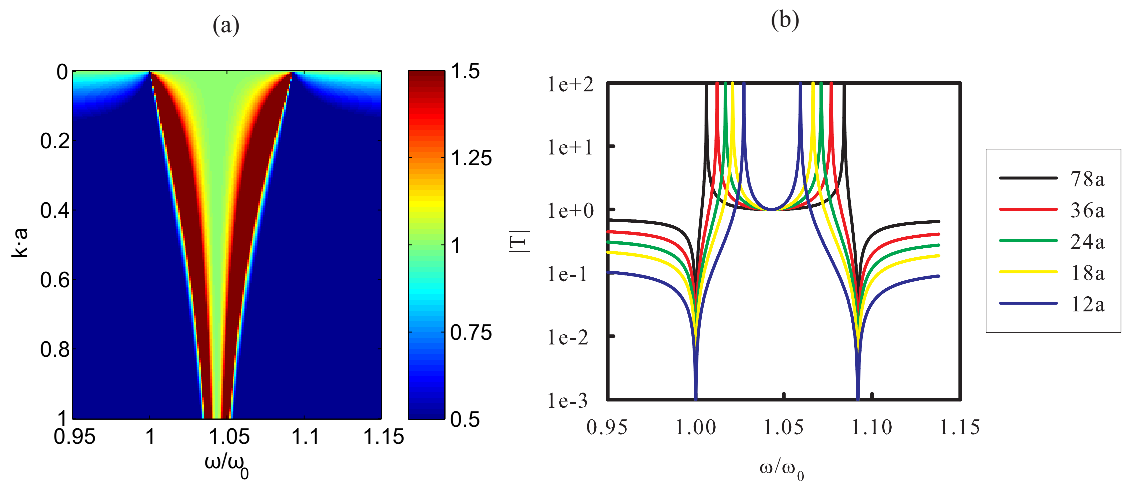

Figura 3.5: (a): Mapa bidimensional de la función de transferencia de una lámina homogénea correspondiente a la homogeneización de la lente de anillos CLR mostrada en [10] y cuya permeabilidad se decribe según la ecuación (3.6). (b): Cortes o perfiles de la función de transferencia para distintos valores de ka, siendo k el número de ondas transversal discreto de los armónicos evanescentes y a la periodicidad de la lente.

de la lámina homogénea se procede a obtener la función de transferencia para las estructuras discretas de la Fig. 3.4. El cálculo se realiza mediante el software comercial CST *Microwave Studio*, considerando únicamente las celdas dispuestas en la dirección perpendicular a la lámina (z) e imponiendo condiciones de contorno periódicas en las direcciones transversales (x e y). La Fig. 3.6 muestra una captura de pantalla del diseño realizado en CST para la configuración de la Fig. 3.4.a. Los parámetros geométricos de la estructura son los ya descritos en una seción anterior con la salvedad de que se desprecian las pérdidas utilizando conductor eléctrico perfecto para la simulación.

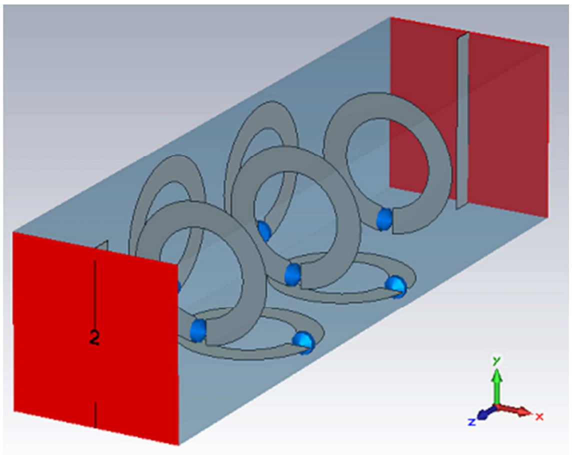

Figura 3.6: Captura de pantalla del modelo simulado en CST para la configuración de la Fig. 3.4.a.

En el diseño se incluyen dos puertos denominados guía de ondas en CST, en los dos extremos en la dirección z. La distancia entre los dos puertos es de dos veces el espesor de la estructura, estando ésta situada en medio de los dos puertos. Se calcula el coeficiente de transmisión (parámetro S_{21} en CST) para la incidencia en la dirección z de ondas planas TEM con diferentes valores del número de ondas k_y e imponiendo $k_x = 0$. Junto a cada puerto de guía de ondas se incluye una placa metálica de 1 mm de ancho y altura igual a la periodicidad a orientada en el plano yz. De esta forma se impone que el campo eléctrico de la onda TEM incidente esté dirigido en la dirección x. Los valores de k_y se ajustan para que correspondan a los de armónicos evanescentes. Para ello los valores de k_y son elegidos de tal forma que su longitud de onda asociada, $\lambda_y = 2\pi/k_y$, sea un múltiplo entero de la periodicidad a, esto es, $\lambda_y = na$. En los extremos del puerto de guía de ondas en la dirección y se impone un desfase α en la excitación. Este desfase permite seleccionar el valor de la longitud de onda transversal dado por $\lambda_y = 2\pi a/\alpha$. Hay que tener en cuenta que para obtener modos evanescentes en todo el intervalo de frecuencias en que se realiza la simulación se deben imponer desfases de tal forma que $\lambda_y < \lambda_{\min}$, siendo $\lambda_{\min}$ la longitud de onda en el vacío correspondiente a la frecuencia más alta que se considere en los cálculos. La simulación se ha realizado usando la opción de *Frequency Domain Solver* con un mallado hexaédrico y la función de automallado activada. Las Figs. 3.7.a-c muestran a la derecha los resultados de la función de transferencia calculada para las estructuras mostradas a la izquierda, para diferentes valores de $n = 72, 36, 18, ..., 4$ en las condiciones descritas. Se puede observar a partir de los resultados obtenidos como para las tres estructuras estudiadas el valor del coeficiente de transmisión entre las dos resonancias decae con n, esto es, para longitudes de onda corta o para armónicos altos. Dado que esto ocurre incluso en ausencia de pérdidas, se puede concluir que la estructura discreta impone un filtro espacial paso bajo para el número de onda transversal. Esto no sucede en el caso de la lámina homogénea, como demuestra el hecho de que los perfiles de T en la Fig. 3.5.b tienden todos a la unidad en la región central. Además, los resultados de la Fig. 3.7.a muestran que hay un desplazamiento hacia frecuencias bajas en las resonancias correspondientes a los armónicos altos. Por ello, para la estructura cerrada por dos interfaces (Fig. 3.4.a) no se puede encontrar una región central completamente libre de resonancias en su función de transferencia. Un desplazamiento similar pero hacia frecuencias altas puede observarse en la Fig. 3.7.c correspondiente a la estructura completamente abierta. Sin embargo, una banda de paso libre de resonancias se puede en observar en la Fig. 3.7.b, correspondiente a la estructura con una única interfaz.

Por tanto, se puede concluir que la estructura con una sola interfaz es la estructura que presenta un comportamiento más similar al de la lámina homogénea. Esta estructura es la única que es netamente periódica al presentar exactamente dos celdas unidad a lo largo de la dirección z y por tanto ser periódica en la dirección z, además de en las direcciones x e y. La Fig. 3.8.a-c muestra resultados similares a los mostrados en la Fig. 3.7.a-c, pero para estructuras con tres celdas unidad de espesor. Los resultados mostrados en la Fig. 3.8 ponen de nuevo de manifiesto que la estructura que más se asemeja a una lámina homogénea, desde el punto de vista de la función de transferencia, es aquella que es periódica en las tres direcciones del espacio.

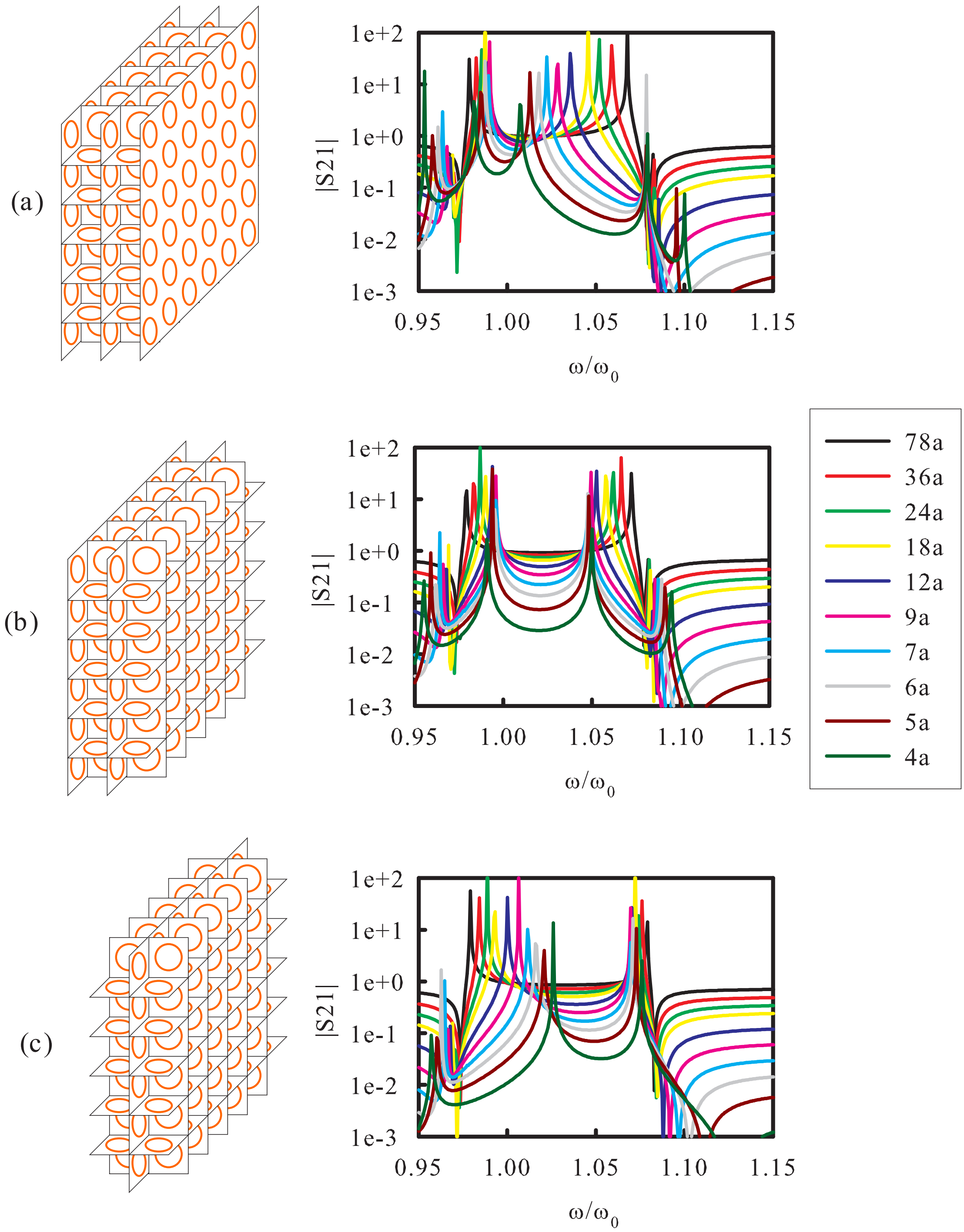

Figura 3.7: Diferentes estructuras con dos interfaces (a), una interfaz (b) y abierta (c) y correspondiente amplitud del coeficiente de transmisión obtenido en CST para valores de longitud de onda transversal expresados como múltiplos enteros de la periodicidad. El espesor de las estructuras es de dos celdas unidad.

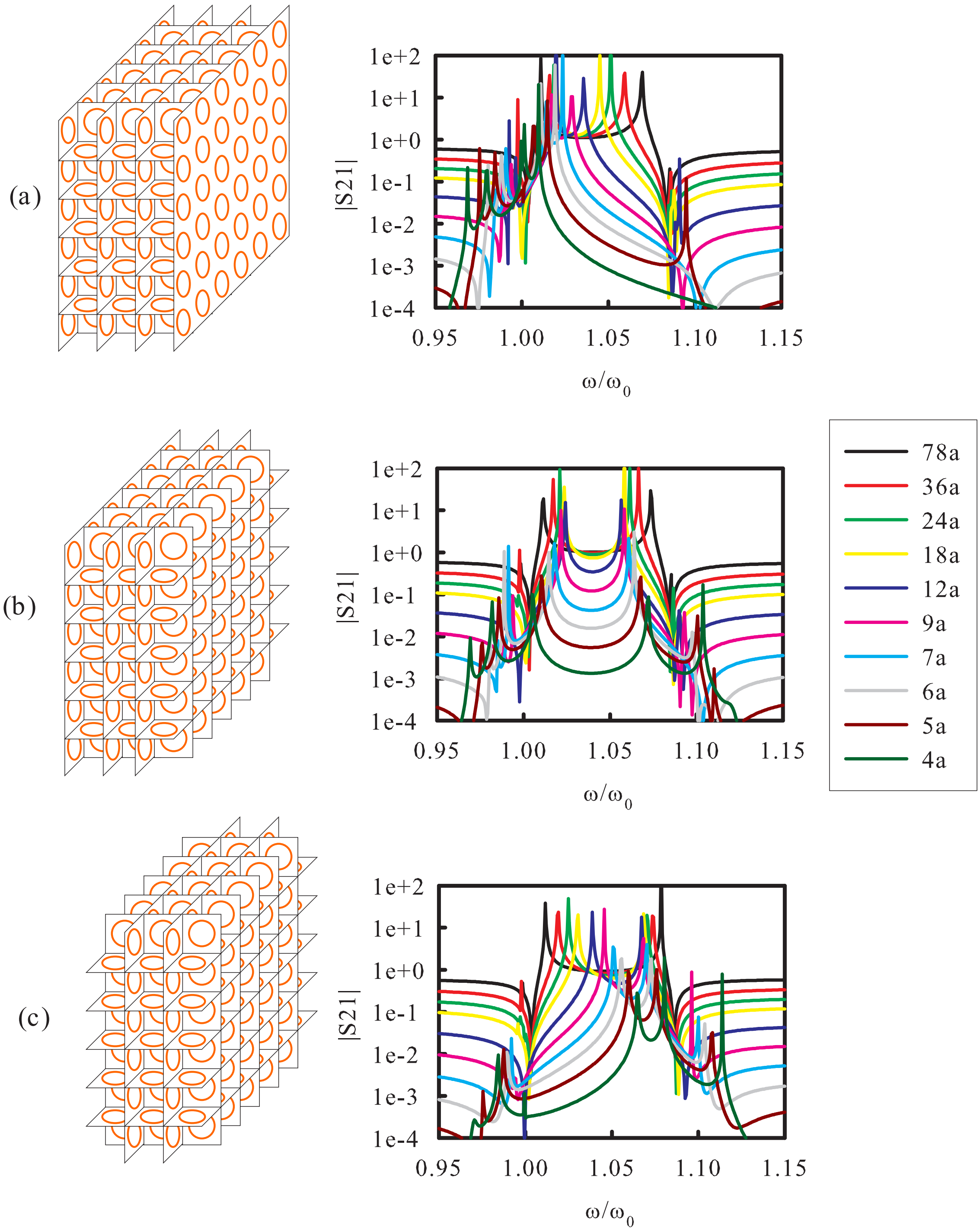

Figura 3.8: Diferentes estructuras con dos interfaces (a), una interfaz (b) y abierta (c) y correspondiente amplitud del coeficiente de transmisión obtenido en CST para valores de longitud de onda transversal expresados como múltiplos enteros de la periodicidad. El espesor de las estructuras es de tres celdas unidad.

3.3.2. Experimento para la medida directa de la resolución

Los resultados numéricos mostrados anteriormene ponen de manifiesto que la estructura con una única interfaz que se muestra en la Fig. 3.4.b, esto es, la estructura netamente periódica, es aquella cuya función de transferencia resulta más semejante a la de la lámina homogénea, al presentar una banda de paso libre de resonancias en torno a una frecuencia central. Por tanto, cabe esperar que la predicción para la resolución de la lámina de medio continuo que representa la lente en [10], y que arrojaba un valor $\Delta = 5{,}5a$, esto es, entre 5 y 6 a, constituya una mejor aproximación para la resolución de la estructura netamente periódica de la Fig. 3.4.b que para las otras dos estructuras de las Figs. 3.4.a y c. En la presente sección se verifica esta hipótesis por medio de la medida directa de la resolución en un montaje experimental que se muestra en la Fig. 3.9. En dicho montaje se hace uso de la lente en [10] y que se mostraba en la fotografía de la Fig. 3.2, que puede desensamblarse para obtener estructuras como las mostradas en las Figs. 3.4.a y b. Dos pequeñas antenas emisoras consistentes en espiras del

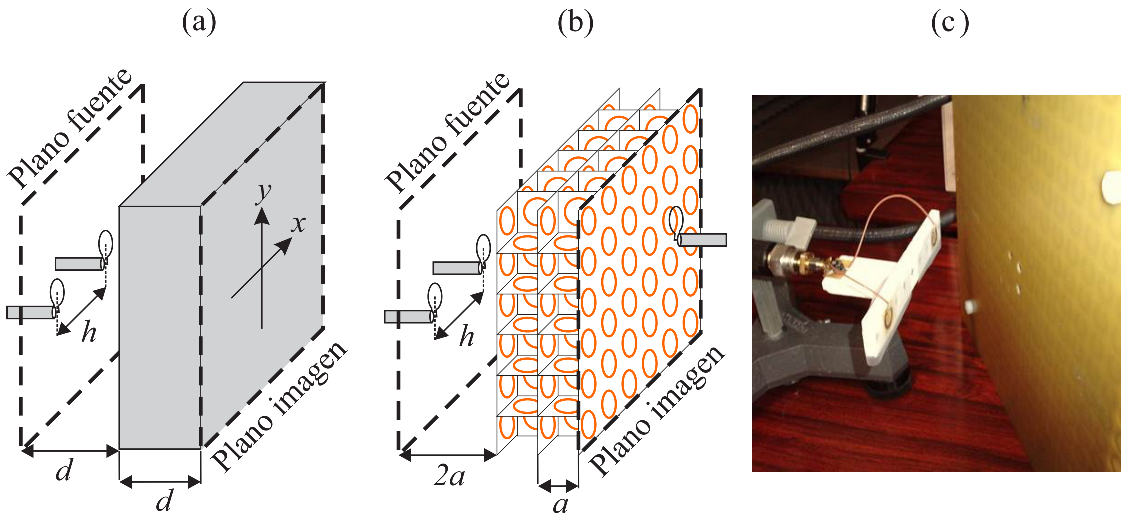

Figura 3.9: Montaje experimental para la medida de la imagen del campo magnético generado por dos espiras situadas frente a una lente. (a): Esquema empleado para la simulación numérica con una lámina homogénea. (b): Esquema del montaje experimental y (c): fotografía del mismo.

mismo tamaño que los anillos constituyentes de la lente se disponen a una distancia de ésta igual a su espesor (3 cm, o dos celdas unidad). En el experimento esta distancia es fija mientras la separación entre ellas se hace variar en múltiplos enteros del tamaño de la celda unidad a de la lente, que es de 1.5 cm. Las espiras se conectan en serie para que ambas generen el mismo valor de campo. Para que los campos que incidan sobre la lente correspondan única y exclusivamente a los campos generados por las dos espiras, éstas se alimentan mediante cables coaxiales muy delgados (1 mm de diámetro). Para obtener la imagen del campo creado por las espiras se mide el coeficiente de transmisión entre el conjunto de las dos espiras en serie y una pequeña sonda coaxial situada en la interfaz opuesta de la lente, según se muestra en la Fig.3.9.b. De esta manera, se hace coincidir el plano imagen con dicha interfaz, siendo el plano fuente el que contiene las dos espiras conectadas en serie y siendo por tanto la distancia entre plano fuente y plano imagen dos veces el espesor de la lente. Esta condición ha de darse para que la amplitud de los armónicos evanescentes en el plano fuente se restaure en el plano imagen, como se explicó en el capítulo 2. La coincidencia del plano imagen con la interfaz externa de la lente tiene la ventaja adicional de que permite posicionar la sonda coaxial con precisión en el centro de cada uno de los anillos de esta interfaz para efectuar un conjunto discreto de medidas en este plano. La medida del coeficiente de transmisión se efectúa mediante un analizador vectorial de redes E8363B de Agilent Technologies. A efectos comparativos, también se calcula este coeficiente de transmisión haciendo uso del modelo de medio homogéneo (ecuación (3.6)). Para ello se implementa un código en FORTRAN90 con el que se obtiene el campo magnético que producen dos espiras filiformes situadas frente a una lámina de material homogéneo. El potencial vector en la superficie de la lámina situada frente a las espiras se obtiene como la suma del potencial vector producido por cada espira para una corriente unidad. El potencial vector resultante se descompone en armónicos de Fourier mediante una transformada rápida de Fourier (o FFT, del inglés *fast Fourier transform*). Todos los armónicos son evanescentes dado que las distancias en la configuración son tales que nos encontramos siempre en la región de campo próximo. Con la lente caracterizada como una lámina infinita y homogénea de permeabilidad dada por la ecuación (3.6), se calcula el coeficiente de transmisión de cada armónico haciendo uso de las condiciones de contorno en cada interfaz. El potencial vector transmitido en el plano imagen se obtiene después de multiplicar cada armónico por su coeficiente de transmisión. Una vez obtenido el potencial vector, el campo magnético se obtiene aplicando la transformada inversa de Fourier al rotacional del potencial vector. De esta forma es posible obtener el campo magnético producido por las dos bobinas en el plano imagen. La Fig. 3.10 muestra tanto los resultados de las simulaciones para la lámina homogénea como los resultados experimentales obtenidos para la estructura cerrada con dos interfaces (Fig. 3.4.a) y la estructura con una sola interfaz o netamente periódica (Fig. 3.4.b), para distintos valores de la distancia h entre las dos espiras (h/a =4, 5, 6 y 7). Las medidas para la lente de la Fig. 3.4.a se han realizado a la frecuencia f = 63.87 MHz, que se corresponde con la frecuencia de $\mu = -1$ [10]. Las medidas para la estructura correspondiente a la Fig. 3.4.b se han realizado a la frecuencia f = 64.8 MHz que se corresponde con la frecuencia central de la banda de paso en la Fig. 3.7.b. Las líneas verticales discontinuas en la Fig. 3.10 muestran la localización relativa de las dos espiras. Los resultados muestran que para la estructura cerrada (Fig. 3.4.a) las dos fuentes aparecen claramente resueltas cuando están separadas una distancia de al menos seis celdas unidad, mientras que la distinción se hace evidente por medio de la estructura con una interfaz o netamente periódica (Fig. 3.4.b), cuando la separación es de cinco celdas unidad. Además puede observarse que para una separación de cuatro celdas unidad, en el caso de la estructura netamente periódica la imagen aún muestra dos picos que permiten distinguir la localización de las fuentes, lo que también sucede para los resultados numéricos obtenidos para la lámina homogénea. Estos resultados confirman las conclusiones que se extraían en el análisis previo de la función de transferencia, esto es, que es la estructura periódica en las tres direcciones del espacio aquella que más se asemeja a una lámina homogénea.

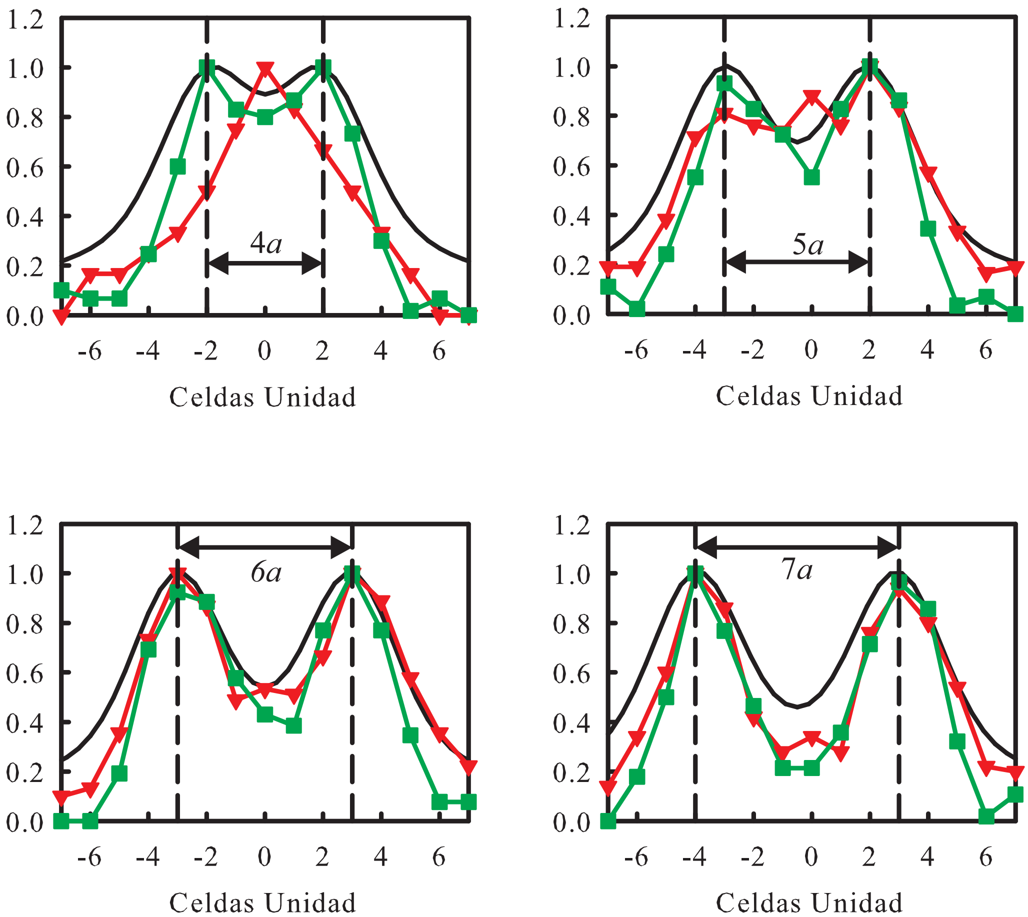

Figura 3.10: Medidas normalizadas de la imagen producida por dos pequeñas espiras separados 4, 5, 6 y 7 celdas unidad a través de una estructura de CLRs. Las líneas discontinuas verticales muestran la localización relativa de las espiras. Línea negra: resultados numéricos obtenidos para una lámina homogénea. Triángulos rojos y cuadrados verdes: medidas para la estructura cerrada con dos interfaces externas (Fig. 3.4.a) y con una sola interfaz o netamente periódica (Fig. 3.4.b), respectivamente.

3.4. Conclusiones

En el presente capítulo se ha discutido la implementación física de lentes de metamaterial con resolución sub-λ para el campo magnético de RF, con vistas a su aplicación en RM. La estructura de este tipo de dispositivos consiste en una red periódica tridimensional discreta de resonadores en los que la isotropía del dispositivo se hace factible gracias al uso de resonadores basados en anillos conductores. Más concretamente, la exigencia de una respuesta en frecuencia en el rango de los MHz y con ancho de banda muy estrecho (decenas de kHz), propia de aplicaciones en RM, se satisface haciendo uso de anillos conductores cargados con condensadores localizados. Un sencillo modelo de homogeneización permite predecir el comportamiento en frecuencia de la permeabilidad de estructuras construidas de esta manera. El análisis de la función de transferencia de este tipo de estructuras pone de manifiesto que:

- El carácter inherentemente discreto da lugar a un comportamiento tipo filtro paso bajo, incluso en ausencia de pérdidas, para los armónicos evanescentes del campo magnético que incide sobre el dispositivo, los cuales constituyen la parte fundamental del espectro en campo próximo.

- La estructura que mejor puede ser modelada por medio de una lámina homogénea es aquella que presenta una periodicidad estricta en las tres direcciones del espacio. Esto ha sido comprobado numéricamente por medio de la simulación en CST de la función de transferencia y experimentalmente mediante la medida directa de la resolución.

En virtud de lo anterior, se puede hacer uso del sencillo modelo de homogenización presentado en este capítulo para estimar, por ejemplo, la resolución de la lente mostrada en [10]. Para este dispositivo, con una periodicidad a=1.5 cm y espesor $d = 2a$=3 cm, la resolución es $\Delta = 6a$ =9 cm. Como se vio en el capítulo 2, para una lente con resolución sub-λ de espesor d, la distancia entre plano fuente y plano imagen es $2d$. Si se hace coincidir el plano fuente con una de las interfaces de la lente, el plano imagen se encuentra entonces a una distancia d de la otra interfaz. Para la lente en [10], y dos fuentes consistentes en dos bobinas de campo magnético, si se sitúan las bobinas justo sobre la lente, la imagen se obtendrá a una distancia $d = 3$ cm. En esta imagen los campos magnéticos de las dos bobinas aparecerán diferenciados si la distancia entre las bobinas es de al menos 9 cm.

La resolución habitual en una imagen de RM convencional es del orden del mm. Como ya se explicó en el capítulo 1, esta resolución no está determinada por un enfoque óptico convencional, ya que la longitud de onda típica de las frecuencias en RM (MHz) es del orden del m, sino que viene dada por una codificación espacial que hace uso de gradientes de campo magnético estático aplicados durante el proceso de adquisición de la señal. Para obtener resolución de mm con una longitud de onda del orden del m haciendo uso de procedimientos ópticos sería preciso contar con una lente con resolución sub-λ. Sin embargo, esta aplicación directa de las lentes con resolución sub-λ presenta incovenientes. Por un lado, desde el punto de vista técnico resulta muy complejo implementar una estructura periódica de elementos de tamaño submilimétrico. Por otro lado, una lente de este tipo tendría poco interés práctico ya que con una resolución de mm, el espesor habría de ser de unos pocos mm para que las pérdidas no fueran excesivas y por tanto su distancia de imagen sería también milimétrica, mientras que en la RM se requiere obtener imágenes de los tejidos a distancias de penetración en el interior del cuerpo del orden de decenas de cm.

No obstante, lentes como la mostrada en [10] sí que puede encontrar aplicación en la técnica de imagen por resonancia magnética en paralelo (RMp) [4]-[9]. Como ya se señaló en el capítulo 1, en la RMp se hace uso de arreglos de bobinas [20] para acelerar el tiempo de adquisición de la imagen. Las imágenes de las bobinas se combinan luego mediante algoritmos para obtener una imagen global. Una fuente de ruido importante para el SNR de la imagen global tiene su origen en el solapamiento de los campos producidos por las bobinas adyacentes en el arreglo [8],[19]. En un arreglo, las bobinas se disponen en contacto entre sí o se solapan ligeramente [20],[42],[43]. Disponiendo el arreglo sobre una lente como la mostrada en [10], si la distancia entre los centros de dos bobinas adyacentes es del orden de la resolución de la lente, ésta permitirá resolver los campos producidos por cada bobina. Esto último, que puede ayudar a reducir el ruido en la imagen global, se discutirá en detalle en el capítulo 6.

Capítulo 4

Cálculo de la razón señal-ruido de bobinas de resonancia magnética en presencia de láminas de metamateriales magnéticos de anillos resonantes

4.1. Introducción

En el capítulo anterior se discutieron las propiedades de las láminas de metamateriales magnéticos constituidas por una distribución tridimensional de CLRs. Esta distribución se comporta como un medio con una μ efectiva que varía con la frecuencia, presentando una forma típica de Lorentz en torno a la frecuencia de resonancia de los CLRs [2]. De esta forma pueden obtenerse valores negativos de μ para frecuencias superiores a la frecuencia de resonancia, como $\mu = -1$, que corresponde, como ya se discutió en el capítulo 2, a un valor de μ que es de interés para el desarrollo de láminas de metamaterial que actúen como lentes con resolución sub-λ para el campo magnético de RF. Uno de los principales inconvenientes de los metamateriales es su estrecho ancho de banda debido a la propia naturaleza resonante de los elementos de que se componen. Sin embargo, como se explica en el capítulo 1, la técnica utilizada para la obtención de imágenes por RM hace uso de un ancho de banda muy estrecho, por lo que la técnica de RM resulta ideal para la aplicación de las láminas de metamateriales magnéticos. Como ya se indicó en el capítulo 1, el parámetro esencial que determina la calidad de una imagen de RM es la razón señal-ruido, o SNR (del inglés *signal-to-noise ratio*), de la distribución de píxeles de la imagen. Como también se explicó en el capítulo 1, el SNR proporcionado por una bobina es proporcional al cociente entre el módulo del campo magnético por unidad de corriente, $|B_+|$, o sensibilidad de la bobina, y que constituye la contribución de la señal, y la raiz cuadrada de la resistencia R_b, que constituye la contribución del ruido [44], introducida en la bobina por la muestra conductora (ya sea tejido humano o el *phantom* que lo simula si se trata de un experimento).

En el presente capítulo se describen dos métodos que han sido desarrollados para el cálculo del SNR proporcionado por una bobina de superficie como las usadas típicamente en RM, estando la bobina en presencia de una lente de metamaterial fabricada a partir de CLRs y de una muestra conductora con propiedades eléctricas similares a la del tejido humano. Dado que se trata de comparar el SNR que se obtiene en presencia y en ausencia de lentes de metamaterial para una misma muestra, en este trabajo se define el SNR directamente como el cociente entre la sensibilidad, $|B_+|$, y la raíz de R_b esto es:

$$\mathrm{SNR} = \frac{|B_+|}{\sqrt{R_b}} \,, \tag{4.1}$$

ya que el resto de parámetros que intervienen en la definición formal del SNR [11], como la imanación de la muestra, por ejemplo, es la misma en las dos situaciones que se pretenden comparar. De esta manera, los dos métodos presentados en este capítulo tienen como objeto el cálculo de $|B_+|$ en la muestra conductora y de la resistencia R_b en la bobina. En el caso que nos ocupa, la resistencia R_b incluye las pérdidas introducidas en la bobina tanto por la muestra como por la lámina de metamaterial. Se desprecian las pérdidas del sistema de RM, ya que lo que se realiza es un análisis del ruido denominado intrínseco [45], [46]. En cuanto a las pérdidas por conducción de la bobina en vacío y las pérdidas por radiación, también pueden despreciarse. En efecto, para las dimensiones de las bobinas analizadas en este trabajo (que son las dimensiones típicas de las usadas comercialmente en RM, esto es, en torno a ~ 10 cm) y las frecuencias de trabajo analizadas (que corresponden también a las frecuencias de los escáneres comerciales, esto es, 64 MHz en un escáner de RM de $1{,}5$ T y 128 MHz en un escáner de 3 T), la longitud eléctrica de las bobinas de superficie (espiras de una sola vuelta) es lo suficientemente pequeña como para poder despreciar su resistencia de radiación [47]. Junto a esto, la resistencia óhmica típica del conductor con el que se fabrica la bobina (cobre) es muy inferior a $1\ \Omega$, lo cual es despreciable frente a las resistencias que introducen tanto la lámina de metamaterial como la muestra conductora, como se verá más adelante.

Los dos métodos de cálculo del SNR que se presentan en este capítulo se basan en dos modelos que denominamos modelo continuo y modelo discreto. El modelo que denominamos continuo es el más sencillo y consiste en modelar la lente como un medio homogéneo. El modelo discreto es más riguroso al tener en cuenta la naturaleza discreta y finita de la lente real, y proporciona resultados más precisos a costa de una mayor complejidad en el algoritmo de cálculo. En ambos modelos, la muestra conductora se modela como un espacio semiinfinito con conductividad σ y permitividad ε. Como se verá más adelante, el modelo continuo proporciona resultados para el SNR que se ajustan a resultados experimentales a partir de una distancia en el interior del medio conductor, medida desde su superficie, mayor que el tamaño de la celda unidad de la distribución periódica de CLRs. Esto se debe a que este modelo no tiene en cuenta la naturaleza discreta de la lente real ni su tamaño finito. El modelo discreto en cambio proporciona resultados para el SNR que se ajustan a los resultados experimentales a cualquier distancia, esto es, incluso muy cerca de la superficie de la muestra. No obstante, frente a la mayor precisión del modelo discreto, cabe señalar que el modelo continuo presenta la ventaja de poder correlacionar los resultados para el SNR a una frecuencia dada con el modelo dispersivo para μ que se emplea en este modelo.

Este hecho y la mayor simplicidad a la hora de implementar el modelo continuo hacen que el mismo siga siendo de interés a pesar de contar con una herramienta de cálculo más rigurosa como es el modelo discreto.

En el presente capítulo se describen los dos modelos mencionados y se comparan los resultados numéricos obtenidos con los mismos para la sensibilidad $|B_+|$ y la resistencia R_b. Asimismo se comparan con medidas experimentales los resultados numéricos obtenidas con ambos modelos para R_b y para el SNR. Estas medidas se obtienen en el laboratorio haciendo uso de un analizador vectorial de redes. La medida de R_b viene dada por la medida directa con el analizador de la impedancia de entrada de la bobina. La medida del SNR viene dada por el procedimiento descrito en el Apéndice B.

4.2. Modelo de medio continuo

Como se muestra en el capítulo anterior, un medio constituido por una distribución tridimensional de CLRs presenta una permeabilidad dada, en primera aproximación, por la expresión (3.6). Así pues, una forma sencilla de modelar una lámina tridimensional compuesta por CLRs es mediante una lámina infinita de espesor finito, fabricada a partir de un medio homogéneo cuya permeabilidad toma la forma (3.6). En la presente sección se explica cómo calcular el SNR que se obtendría en una imagen de RM usando como elemento de adquisición de la señal una bobina, circular o cuadrada, cargada con una lámina de CLRs, suponiendo que ésta es homogénea. En el presente modelo, la bobina se encuentra en vacío a una distancia d_0 de un medio estratificado (ver Fig. 4.1.a) con n capas donde la primera capa corresponde al medio que modela la lámina con μ dado por (3.6) y la última capa corresponde a un medio conductor semiinfinito que modela la muestra. Cada capa posee un espesor d_i así como una permitividad y permeabilidad relativas dadas por ε_i y μ_i, respectivamente, con $i = 1, 2, ..., n$. Aunque este modelo se ha implementado de forma genérica mediante un algoritmo de computación para un número cualquiera de capas, en la práctica, en los

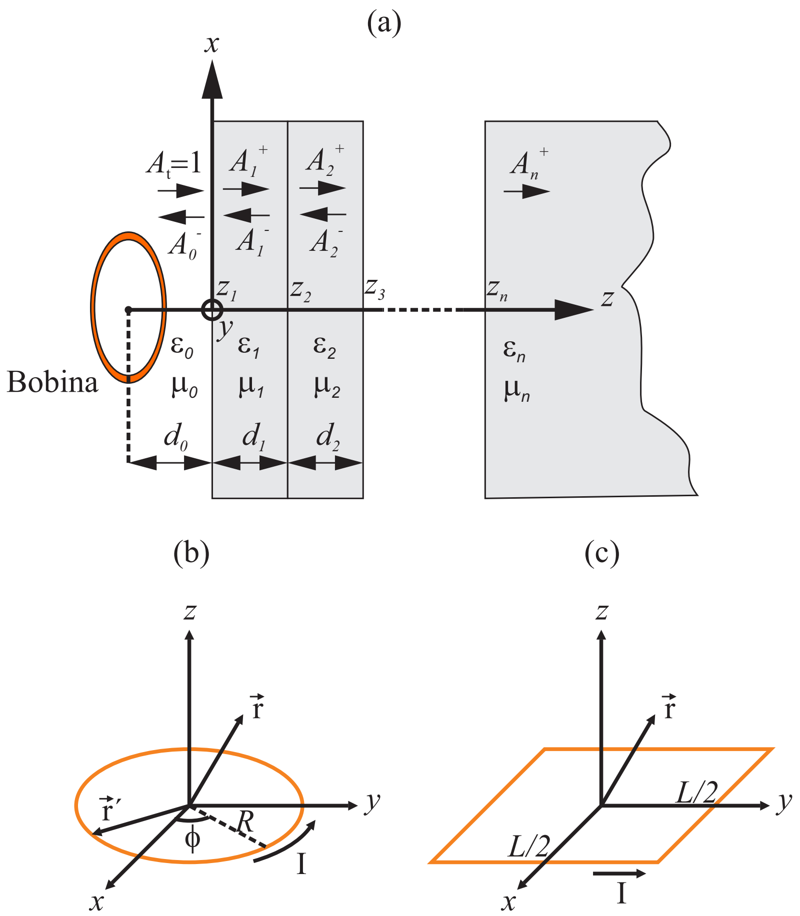

Figura 4.1: (a) Esquema de la configuración para el cálculo del SNR de una bobina cargada con una lente magnética modelada como un medio homogéneo. Una bobina se encuentra enfrentada a un medio estratificado donde una de las capas presenta una permeabilidad dada por la ecuación (3.6). (b) y (c) Esquema de una bobina filiforme circular o cuadrada, respectivamente.

casos analizados en este trabajo, la primera capa corresponde a la lámina de metamaterial, como ya se ha dicho, y una segunda capa corresponde a una delgada capa de aire que separa esta lámina del medio conductor semiinfinito.

Como ya se ha indicado, en el presente trabajo el SNR se calcula como el cociente entre la sensibilidad $|B_+|$ y la raíz cuadrada de la resistencia en la bobina, R_b. Atendiendo al sistema de referencia de la configuración bajo análisis que se muestra en la Fig. 4.1.a, el SNR vendrá dado más en concreto por:

$$\mathrm{SNR} = \frac{|B_+|}{\sqrt{R_b}} = \frac{|B_z + jB_y|}{\sqrt{R_b}} \tag{4.2}$$

siendo B_z la componente axial del campo magnético generado por la bobina y B_y la componente transversal, suponiendo que el campo magnético estático B_0 del escáner de RM se halla dirigido en la dirección x, y R_b la resistencia eléctrica de la bobina en presencia de la lámina de metamaterial y la muestra conductora. Para calcular el SNR obtenido por una bobina en presencia del medio estratificado, primero se calcula el potencial vector por unidad de corriente impuesto por la bobina en la superficie del medio estratificado. El potencial vector creado por una densidad de corriente $\overrightarrow{J}$ en una posición $\overrightarrow{r}$ está dado por la expresión

$$\overrightarrow{A}(\overrightarrow{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r})}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'|} d\tau', \tag{4.3}$$

donde la integral se realiza sobre los puntos $\overrightarrow{r}'$ contenidos en el volumen v' en el que se define la densidad de corriente $\overrightarrow{J}$. En el caso de una corriente filiforme la expresión anterior resulta

$$\overrightarrow{A_c}(\overrightarrow{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{c'} \frac{d\overrightarrow{l}'}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'|}, \tag{4.4}$$

donde c' es la curva sobre la que circula la corriente I. Supóngase en primer lugar una bobina circular filiforme de radio R situada en el origen de coordenadas y orientada con su eje axial en la dirección z (Fig. 4.1.b). En tal caso el potencial vector creado por la bobina circular, $\overrightarrow{A_c}$, en la posición $\overrightarrow{r}$ está dado por la expresión

$$\overrightarrow{A_c}(\overrightarrow{r}) = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\hat{u}'_\phi}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'|} d\phi', \tag{4.5}$$

siendo I la intensidad de corriente que circula por la bobina. Teniendo en cuenta que $\overrightarrow{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ y que $\overrightarrow{r}' = R\cos\phi'\hat{x} + R\sin\phi'\hat{y}$ se obtiene

$$\overrightarrow{A_c}(\overrightarrow{r}) = A_x(\overrightarrow{r})\hat{x} + A_y(\overrightarrow{r})\hat{y}, \tag{4.6}$$

donde

$$A_x(\overrightarrow{r}) = -\frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin\phi'}{\sqrt{(x - R\cos\phi')^2 + (y - R\sin\phi')^2 + z^2}} d\phi' \tag{4.7}$$

y

$$A_y(\overrightarrow{r}) = \frac{\mu_0 IR}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos\phi'}{\sqrt{(x-R\cos\phi')^2+(y-R\sin\phi')^2+z^2}}d\phi'. \tag{4.8}$$

Supóngase ahora el caso de una bobina cuadrada filiforme cuya longitud de arista es L, situada en el origen de coordenadas y orientada con el eje axial paralelo a la dirección z (Fig. 4.1.c). El potencial vector de la bobina cuadrada resulta de la suma de los potenciales vector generados por cuatro hilos filiformes rectilineos de longitud L. De los cuatro hilos dos están orientados paralelos a la dirección x situados en $y = -L/2$ y $y = L/2$ con corrientes $-I$ e I, respectivamente. Los otros dos hilos están orientados en la dirección y situados en $x = -L/2$ y $x = L/2$ con corrientes I y $-I$, respectivamente. Teniendo todo esto en cuenta podemos expresar el potencial vector para una bobina cuadrada como

$$\overrightarrow{A_c}(\overrightarrow{r}) = A_{x,-\frac{L}{2}}(\overrightarrow{r})\hat{x} + A_{x,\frac{L}{2}}(\overrightarrow{r})\hat{x} + A_{y,-\frac{L}{2}}(\overrightarrow{r})\hat{y} + A_{y,\frac{L}{2}}(\overrightarrow{r})\hat{y} \tag{4.9}$$

donde

$$A_{x,-\frac{L}{2}}(\overrightarrow{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{dx'}{\sqrt{(x+\frac{L}{2}-x')^2+y^2+z^2}} \tag{4.10}$$

$$A_{x,\frac{L}{2}}(\overrightarrow{r}) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{dx'}{\sqrt{(x-\frac{L}{2}-x')^2+y^2+z^2}} \tag{4.11}$$

$$A_{y,-\frac{L}{2}}(\overrightarrow{r}) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{dy'}{\sqrt{x^2+(y+\frac{L}{2}-y')^2+z^2}} \tag{4.12}$$

$$A_{y,\frac{L}{2}}(\overrightarrow{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{dy'}{\sqrt{x^2+(y-\frac{L}{2}-y')^2+z^2}} \tag{4.13}$$

En nuestro modelo, las integrales anteriores se calculan mediante el método de Romberg [48]. De esta manera se puede calcular el potencial vector $\overrightarrow{A_c}$ impuesto por la bobina en el espacio situado entre el plano que contiene la bobina y la primera interfaz del medio estratificado, esto es, para $z < 0$ en el esquema de la Fig. 4.1. Para calcular el potencial vector existente en cualquier punto del espacio es necesario calcular los potenciales vector transmitidos, $\overrightarrow{A}_i^+$, y reflejados, $\overrightarrow{A}_i^-$, en cada una de las interfaces del medio estratificado. Este cálculo se hace en concreto para cada uno de los armónicos de Fourier en los que se puede descomponer el potencial vector incidente. Así, el potencial vector $\overrightarrow{A_c}(x, y, 0)$ que incide en la primera interfaz, $i = 1$, del medio multicapa, situada a una distancia d_0 de la bobina y calculado a partir de las integrales anteriores, se descompone en sus armónicos de Fourier, $\widetilde{\overrightarrow{A}}_c(k_x, k_y, 0)$, en las direcciones transversales x e y mediante una transformada rápida de Fourier (o FFT, por sus siglas en inglés *Fast Fourier Transform*) [49], esto es, $\widetilde{\overrightarrow{A}}_c(k_x, k_y, 0) = \mathfrak{F}[\overrightarrow{A}_c(x, y, 0)]$. En la capa $i = 0$, donde se encuentra contenida la bobina, el potencial vector total $\widetilde{\overrightarrow{A}}_0(k_x, k_y, z)$ será la suma del potencial vector inicialmente impuesto por la bobina $\widetilde{\overrightarrow{A}}_c(k_x, k_y, z)$ más el reflejado

$$\widetilde{\overrightarrow{A}}_0(k_x, k_y, z) = \widetilde{\overrightarrow{A}}_c(k_x, k_y, 0)e^{-jk_{z,o}z} + \widetilde{\overrightarrow{A}}_0^{-}(k_x, k_y)e^{jk_{z,o}z}, \tag{4.14}$$

donde $k_{z,o} = \sqrt{\omega^2\varepsilon_o\mu_o - k_x^2 - k_y^2}$. En las capas situadas entre el vacío que contiene la bobina y el medio conductor semiinfinito ($i = 1, ..., n-1$) el campo total es

$$\widetilde{\overrightarrow{A}}_i(k_x, k_y, z) = \widetilde{\overrightarrow{A}}_i^{+}(k_x, k_y)e^{-jk_{z,i}(z-z_i)} + \widetilde{\overrightarrow{A}}_i^{-}(k_x, k_y)e^{jk_{z,i}(z-z_i)}, \tag{4.15}$$

donde $k_{z,i} = \sqrt{\omega^2\varepsilon_i\mu_i - k_x^2 - k_y^2}$. Finalmente en la última capa, dado que es un espacio semiinfinito, no hay potencial vector reflejado resultando

$$\widetilde{\overrightarrow{A}}_n(k_x, k_y, z) = \widetilde{\overrightarrow{A}}_n^{+}(k_x, k_y)e^{-jk_{z,n}(z-z_n)}. \tag{4.16}$$

En cada una de las interfaces se deben imponer las condiciones de contorno dadas por la continuidad de las componentes transversales del campo eléctrico $\widetilde{\overrightarrow{E}}_i^{\parallel}$ y de la intensidad del campo magnético $\widetilde{\overrightarrow{H}}_i^{\parallel}$, esto es

$$\widetilde{\overrightarrow{E}}_i^{\parallel} = \widetilde{\overrightarrow{E}}_{i+1}^{\parallel} \tag{4.17}$$

y

$$\widetilde{\overrightarrow{H}}_i^{\parallel} = \widetilde{\overrightarrow{H}}_{i+1}^{\parallel} \Rightarrow \widetilde{\overrightarrow{B}}_i^{\parallel}\mu_{i+1} = \widetilde{\overrightarrow{B}}_{i+1}^{\parallel}\mu_i. \tag{4.18}$$

Para aplicar las condiciones de contorno señaladas es necesario tener en cuenta la relación existente entre los campos transversales, $\widetilde{\overrightarrow{E}}_i^{\parallel}$ y $\widetilde{\overrightarrow{B}}_i^{\parallel}$, y el potencial vector $\widetilde{\overrightarrow{A}}_i$. Esta relación se obtiene teniendo en cuenta que $\overrightarrow{E} = -\partial\overrightarrow{A}/\partial t$ y $\overrightarrow{B} = \nabla \times \overrightarrow{A}$, de donde resulta que $\widetilde{\overrightarrow{E}}_i^{\parallel} = -j\omega\widetilde{\overrightarrow{A}}_i$, $\widetilde{B}_{i,x}^{\parallel} = jk_{z,i}\widetilde{A}_{i,y}$ y $\widetilde{B}_{i,y}^{\parallel} = -jk_{z,i}\widetilde{A}_{i,x}$. Introduciendo estas expresiones en las condiciones de contorno (4.17) y (4.18) se obtiene un sistema de $2n$ ecuaciones, donde n es el número de interfaces. Así, para la interfaz $i = 1$ las condiciones de contorno anteriores (4.17) y (4.18) arrojan las ecuaciones siguientes para el potencial vector

$$\widetilde{\overrightarrow{A}}_c + \widetilde{\overrightarrow{A}}_0^{-} = \widetilde{\overrightarrow{A}}_1^{+} + \widetilde{\overrightarrow{A}}_1^{-} \tag{4.19}$$

$$k_{z,0}\mu_1\widetilde{\overrightarrow{A}}_t - k_{z,0}\mu_1\widetilde{\overrightarrow{A}}_0^{-} = k_{z,1}\mu_0\widetilde{\overrightarrow{A}}_1^{+} - k_{z,1}\mu_0\widetilde{\overrightarrow{A}}_1^{-}, \tag{4.20}$$

para la interfaz $i = 2, ..., n-1$

$$\widetilde{\overrightarrow{A}}_{i-1}^{+} e^{-jk_{z,i-1}d_{i-1}} + \widetilde{\overrightarrow{A}}_{i-1}^{-} e^{jk_{z,i-1}d_{i-1}} = \widetilde{\overrightarrow{A}}_i^{+} + \widetilde{\overrightarrow{A}}_i^{-} \tag{4.21}$$

$$k_{z,i-1}\mu_i\widetilde{\overrightarrow{A}}_{i-1}^{+} e^{-jk_{z,i-1}d_{i-1}} - k_{z,i-1}\mu_i\widetilde{\overrightarrow{A}}_{i-1}^{-} e^{jk_{z,i-1}d_{i-1}} = k_{z,i}\mu_{i-1}\widetilde{\overrightarrow{A}}_i^{+} - k_{z,i}\mu_{i-1}\widetilde{\overrightarrow{A}}_i^{-}, \tag{4.22}$$

y, finalmente, para la última interfaz, $i = n$,

$$\widetilde{\overrightarrow{A}}_{n-1}^{+} e^{-jk_{z,n-1}d_{n-1}} + \widetilde{\overrightarrow{A}}_{n-1}^{-} e^{jk_{z,n-1}d_{n-1}} = \widetilde{\overrightarrow{A}}_n^{+} \tag{4.23}$$

$$k_{z,n-1}\mu_n\widetilde{\overrightarrow{A}}_{n-1}^{+} e^{-jk_{z,n-1}d_{n-1}} - k_{z,n-1}\mu_n\widetilde{\overrightarrow{A}}_{n-1}^{-} e^{jk_{z,n-1}d_{n-1}} = k_{z,n}\mu_{n-1}\widetilde{\overrightarrow{A}}_n^{+}, \tag{4.24}$$

donde d_i es el espesor de la capa $i-$ésima, $d_i = z_{i+1} - z_i$. Si definimos una serie de coeficientes de reflexión y transmisión genéricos $C_i^{\pm}$ tal que $\widetilde{\overrightarrow{A}}_i^{\pm} = C_i^{\pm}\widetilde{\overrightarrow{A}}_c$, las ecuaciones anteriores pueden escribirse como:

$$1 + C_0^{-} = C_1^{+} + C_1^{-} \tag{4.25}$$

$$k_{z,0}\mu_1 - k_{z,0}\mu_1 C_0^{-} = k_{z,1}\mu_0 C_1^{+} - k_{z,1}\mu_0 C_1^{-}, \tag{4.26}$$

para la interfaz $i = 2, ..., n-1$

$$C_{i-1}^{+} e^{-jk_{z,i-1}d_{i-1}} + C_{i-1}^{-} e^{jk_{z,i-1}d_{i-1}} = C_i^{+} + C_i^{-} \tag{4.27}$$

$$k_{z,i-1}\mu_i C_{i-1}^{+} e^{-jk_{z,i-1}d_{i-1}} - k_{z,i-1}\mu_i C_{i-1}^{-} e^{jk_{z,i-1}d_{i-1}} = k_{z,i}\mu_{i-1}C_i^{+} - k_{z,i}\mu_{i-1}C_i^{-}, \tag{4.28}$$

y, finalmente, para la última interfaz, $i = n$,

$$C_{n-1}^{+} e^{-jk_{z,n-1}d_{n-1}} + C_{n-1}^{-} e^{jk_{z,n-1}d_{n-1}} = C_n^{+} \quad (4.29)$$

$$k_{z,n-1}\mu_n C_{n-1}^{+} e^{-jk_{z,n-1}d_{n-1}} - k_{z,n-1}\mu_n C_{n-1}^{-} e^{jk_{z,n-1}d_{n-1}} = k_{z,n}\mu_{n-1} C_n^{+}, \quad (4.30)$$

Este sistema de ecuaciones puede expresarse de forma matricial según la ecuación matricial $\overline{\overline{M}} \cdot \overline{C} = \overline{N}$. Los elementos $\overline{C}$ y $\overline{N}$ son vectores de dimensión $2n$ dados por

$$\overline{C} = \begin{pmatrix} R \\ C_1^{+} \\ C_1^{-} \\ \vdots \\ T \end{pmatrix}, \ \overline{N} = \begin{pmatrix} 1 \\ k_{z,0}\mu_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.31)$$

donde se ha denotado como R al coeficiente de reflexión en la primera interfaz ($i = 0$) del medio multicapa, C_0^{-}, y T al coeficiente de transmisión en la última interfaz, C_n^{+}. La matriz $\overline{\overline{M}}$ es de tamaño $2n \times 2n$ siendo las dos primeras filas correspondiente a la primera interfaz

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ k_{z,0}\mu_1 & k_{z,1}\mu_0 & -k_{z,1}\mu_0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.32)$$

y las filas $2n-1$ y $2n$ correspondientes a la última interfaz

$$\begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & -e^{-jk_{z,n-1}d_{n-1}} & -e^{jk_{z,n-1}d_{n-1}} & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & -k_{z,n-1}\mu_n e^{-jk_{z,n-1}d_{n-1}} & k_{z,n-1}\mu_n e^{jk_{z,n-1}d_{n-1}} & k_{z,n}\mu_{n-1} \end{pmatrix}. \quad (4.33)$$

Finalmente, los elementos de las filas $2i-1$ y $2i$ correspondientes a la interfaz i-ésima se obtienen mediante las expresiones

$$\begin{array}{ccc} M_{2i-1,2i-2} = -e^{-jk_{z,i-1}d_{i-1}} & M_{2i-1,2i-1} - e^{jk_{z,i-1}d_{i-1}} & M_{2i-1,2i} = 1 \\ M_{2i-1,2i+1} = 1 & M_{2i,2i-2} = -k_{z,i-1}\mu_i e^{-jk_{z,i-1}d_{i-1}} & M_{2i,2i-1} = k_{z,i-1}\mu_i e^{jk_{z,i-1}d_{i-1}} \\ M_{2i,2i} = k_{z,i}\mu_{i-1} & M_{2i,2i+1} = -k_{z,i}\mu_{i-1} & \end{array}, \quad (4.34)$$

siendo cero el resto de elementos de la matriz. Los coeficientes de transmisión y reflexión, T y R, se obtienen resolviendo el sistema matricial mediante el método de descomposición LU [49], en el cual se descompone la matriz $\overline{\overline{M}}$ en dos matrices triangulares, una matriz triangular inferior (*Lower triangular* [49]) y una matriz triangular superior (*Upper triangular* [49]). Este método se utiliza frecuentemente por la relativa facilidad de encontrar una solución a un sistema de ecuaciones triangular. El potencial vector $\widetilde{\overrightarrow{A}}(k_x, k_y, z)$ transmitido en la última capa para una posición $z > z_n$ se obtiene después de multipilcar cada armónico por su coeficiente de transmisión $T(k_x, k_y)$ y por su correspondiente fasor de desplazamiento $\exp(-jk_{z,n}(z - z_n))$, esto es,

$$\widetilde{\overrightarrow{A}}(k_x, k_y, z) = \widetilde{\overrightarrow{A}}_c(k_x, k_y, 0)T(k_x, k_y)e^{-jk_{z,n}(z-z_n)}. \tag{4.35}$$

Teniendo en cuenta la relación existente entre el campo magnético y el potencial vector dada por $\overrightarrow{B} = \nabla \times \overrightarrow{A}$, los campos $\widetilde{B}_z$ y $\widetilde{B}_y$ están determinados por

$$\widetilde{B}_z(k_x, k_y, z) = jk_y\widetilde{A}_x(k_x, k_y, z) - jk_x\widetilde{A}_y(k_x, k_y, z) \tag{4.36}$$

y

$$\widetilde{B}_y(k_x, k_y, z) = -jk_z\widetilde{A}_x(k_x, k_y, z). \tag{4.37}$$

Por tanto,

$$\begin{aligned} \widetilde{B}_+(k_x, k_y, z) = \widetilde{B}_z(k_x, k_y, z) + j\widetilde{B}_y(k_x, k_y, z) = \\ jk_y\widetilde{A}_x(k_x, k_y, z) - jk_x\widetilde{A}_y(k_x, k_y, z) + k_z\widetilde{A}_x(k_x, k_y, z). \end{aligned} \tag{4.38}$$

Finalmente, el campo B_+ en la posición $z > z_n$ está determinado por la transformada inversa de Fourier [49] del campo $\widetilde{B}_+$

$$B_+(x, y, z) = \mathfrak{F}^{-1}[\widetilde{B}_+(k_x, k_y, z)]. \tag{4.39}$$

Una vez obtenida la sensibilidad $|B_+(x, y, z)|$ para $z > z_n$, esto es, en el conductor semiinfinito que representa la muestra conductora, el siguiente paso en el análisis es el cálculo de la resistencia eléctrica que introduce el medio estratificado en la bobina. Para ello se calcula en el plano de la bobina el campo magnético reflejado normal a la superficie encerrada por esta. Para obtener el campo magnético reflejado se calcula primero el potencial vector reflejado multiplicando cada armónico del potencial vector incidente en la interfaz de la lámina de metamaterial por su coeficiente de reflexión, $R(k_x, k_y)$ y por el fasor de desplazamiento correspondiente $\exp(jk_{z,n}(-d_0))$, esto es

$$\overrightarrow{\widetilde{A}}(k_x, k_y, -d_0) = \overrightarrow{\widetilde{A}}_c(k_x, k_y, 0)R(k_x, k_y)e^{jk_{z,n}(-d_0)}. \tag{4.40}$$

De esta forma el campo magnético reflejado normal a la superficie de la bobina, $B_z(x, y, 0)$, resulta

$$B_z(x, y, 0) = \mathfrak{F}^{-1}[jk_y\widetilde{A}_x(k_x, k_y, 0) - jk_x\widetilde{A}_y(k_x, k_y, 0)]. \tag{4.41}$$

La integración de este campo reflejado en la superficie encerrada por el contorno de la bobina proporciona una fuerza electromotriz que al ser dividida por la corriente impuesta permite obtener la impedancia de entrada de la bobina. La parte real de esta impedancia constituye la resistencia R_b a la que contribuyen tanto la lámina de metamaterial como el medio conductor. El SNR se obtiene entonces directamente como el cociente entre la sensibilidad $|B_+|$ y la resistencia $\sqrt{R_b}$ así obtenida. La parte imaginaria de la impedancia, o reactancia, no interviene en el cálculo del SNR, pero será calculada en un apartado posterior al objeto de analizar la dependencia en frecuencia de la impedancia introducida por la lente en una bobina. Finalmente, cabe mencionar que todo el procedimiento se implementa mediante un código en FORTRAN90. El modelo continuo aquí mostrado permite obtener resultados para la impedancia de la bonina que pueden ser correlacionados en frecuencia con la permeabilidad efectiva que modela la lámina de metamaterial. Junto a esto, permite obtener resultados precisos para el SNR en el interior de la muestra conductora, salvo para pequeñas distancias comparables a la periodicidad de la lamina de CLRs, como se pondrá de manifiesto en una sección posterior mediante la comparación de resultados experimentales con los resultados numéricos proporcionados por este modelo.

4.3. Modelo de medio discreto

Para obtener resultados numéricos del SNR precisos a cualquier distancia, se discute a continuación un modelo que denominamos discreto y que tiene en cuenta la naturaleza discreta y el tamaño finito de la lente real enfrentada a la muestra conductora. Por simplicidad, esta muestra conductora es modelada aquí también como un espacio semiinfinito con valores típicos del cuerpo humano para ε y σ. La Fig. 4.2.a muestra un esquema de la configuración bajo análisis: una bobina situada a una distancia s_1 de la superficie de una lámina de CLRs de espesor d, la cual está situada a una distancia s_2 de la superficie de un conductor semiinfinito. Para los cálculos se supone, como en el modelo anterior, que el campo magnético estático estaría orientado en la dirección x. Con el método de análisis que se describe a continuación, en el presente trabajo se han resuelto configuraciones como la mostrada en la la Fig. 4.2.a para una lámina de metamaterial como la descrita en [10], que consta de 2196 anillos conductores. Cabe destacar que la obtención de los campos en una configuración como ésta con un número de elementos tan elevados no es factible para los simuladores electromagnéticos disponibles en el mercado.

Para el presente análisis, la configuración mostrada en la Fig. 4.2.a se divide en dos subsistemas. El primero de ellos, o subsistema A, consiste en la bobina y la lámina de metamaterial como si estuviesen en vacío. El segundo subsistema, o subsistema B, consiste únicamente en el conductor semiinfinito. En general, la lámina de metamaterial puede estar constituida por un número N de anillos periódicamente distribuidos en una red tridimensional. En el subsistema A se calculan el campo producido por la bobina y los anillos de la lámina en vacío a una distancia s_2 de ésta, así como la resistencia R_l introducida en la bobina por la lámina. Este cálculo se realiza siguiendo el método que se describe a continuación [50], donde se resuelve una ecuación matricial para las corrientes en los anillos y la bobina. La ecuación matricial a resolver es

$$\overline{\overline{Z}} \cdot \overline{I} = \overline{V}, \tag{4.42}$$

donde $\overline{\overline{Z}}$ es la matriz de impedancias del sistema con $(N+1)$x$(N+1)$ elementos,

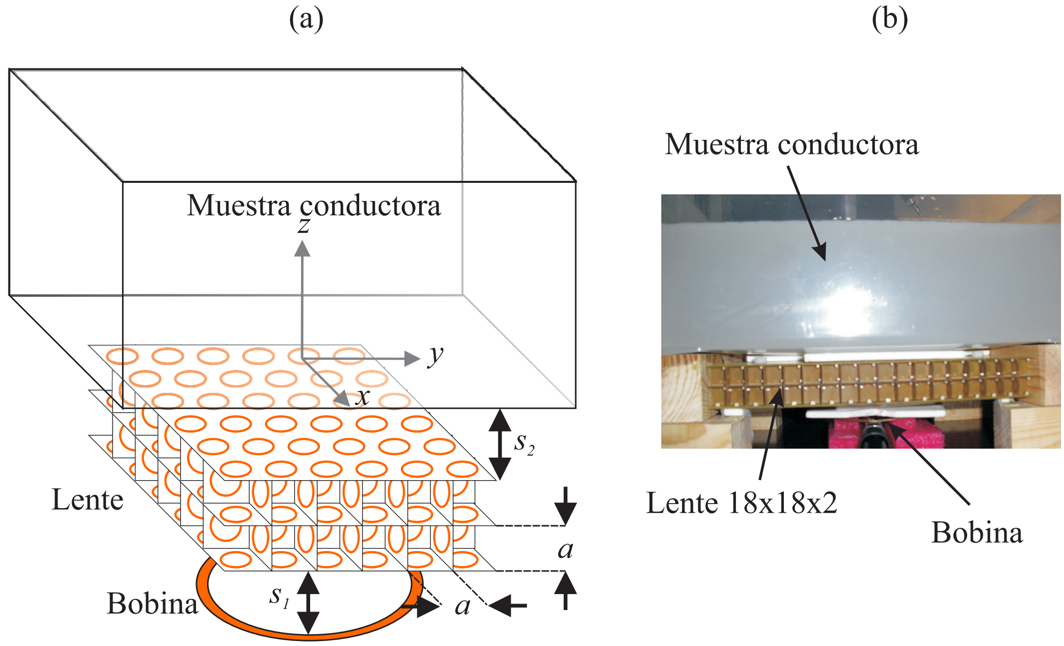

Figura 4.2: (a) Esquema de la configuración bajo análisis: una bobina situada a una distancia s_1 de la superficie de una lente de metamaterial discreta y finita de espesor d, la cual está situada a una distancia s_2 de la superficie de un medio conductor semiinfinito. (b) Fotografía del montaje experimental.

incluyendo la bobina y los N anillos de la lámina de metamaterial; $\overline{I}$ es el vector de corrientes eléctricas desconocidas y $\overline{V}$ el vector de tensiones. En dicho vector se impone el valor de 1 V para la bobina y cero para los anillos.

Los elementos diagonales de la matriz de impedancias, $Z_{ii} = R_i + j\omega L_i + 1/j\omega C_i$, corresponden a la impedancia de los anillos y de la bobina, y contienen la frecuencia angular ω, la resistencia R_i, la autoinducción L_i y la capacidad C_i de cada elemento. En el caso de la bobina, se impone $R_i = 0$ puesto que, como se comentó anteriormente, se desprecian las pérdidas de la bobina en vacío. También se impone $C_i = 0$ para la bobina. El resto de parámetros se tratan como datos de entrada en el método de análisis. En el caso del análisis de una realización práctica, todos estos parámetros pueden obtenerse experimentalmente. Así, para el caso de la bobina, L_i se obtiene a partir de la reactancia de entrada de la bobina medida en vacío con un analizador de redes. En el caso de los anillos, al ser prácticamente todos idénticos por el proceso de fabricación (como ya se discutió en detalle en el capítulo anterior), R_i, L_i y C_i se determinan para uno solo de ellos y se usan estos valores para todos los anillos por igual. Para C_i se toma el valor nominal de la capacidad insertada en los anillos dado por el fabricante, ya que en las realizaciones prácticas analizadas en este trabajo, la tolerancia en esta capacidad es del $1\,\%$, por lo que es una buena aproximación considerar el valor nominal. El factor de calidad, Q, y la frecuencia angular de resonancia, ω_0, se determinan para uno de los anillos haciendo uso de un procedimiento ordinario para la medida de los mismos mediante un analizador de redes [51]. Con el valor nominal de C_i y el valor así obtenido para ω_0 se calcula la inductancia L_i como $L_i = 1/(\omega_0^2 C_i)$ [10]. Una vez determinada L_i, la resistencia R_i se calcula como $R_i = \omega_0 L_i/Q$ [10].

Los elementos no diagonales, $Z_{ij} = j\omega M_{ij}$, dependen da la inductancia mutua M_{ij} entre los anillos de la lámina de metamaterial y entre la bobina y los anillos de la lámina. La inductancia mutua entre los elementos i y j se calcula haciendo uso de la fórmula de Neumann para corrientes filiformes

$$M_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{c_i} \oint_{c_j} \frac{d\,\overrightarrow{l}_i \cdot d\,\overrightarrow{l}_j}{|\overrightarrow{r}_i - \overrightarrow{r}_j|}, \tag{4.43}$$

donde los vectores $\overrightarrow{r}_i$ y $\overrightarrow{r}_j$ recorren los contornos c_i y c_j, respectivamente, sobre los que se realizan las integrales. Esta integral doble puede ser simplificada teniendo en cuenta la ecuación para el potencial vector de una corriente filiforme (4.4) de forma que M_{ij} resulta

$$M_{ij} = \frac{1}{I} \oint_{c_j} \overrightarrow{A}_i(\overrightarrow{r}_j) \cdot d\,\overrightarrow{l}_j, \tag{4.44}$$

esto es, la inductancia mutua entre los anillos i y j puede obtenerse a partir de la circulación del potencial vector creado por el anillo i sobre la curva que define al anillo j por unidad de corriente. El integrando de esta expresión viene dado por las expresiones que se mostraron en la sección anterior para el potencial vector de espiras circulares en vacío (4.6). Evidentemente, es necesario tener en cuenta que los anillos no están necesariamente orientados en la dirección z. Por otro lado, el integrando para el cálculo de la inductancia mutua entre una bobina y un anillo de la lente depende de si la bobina es circular o cuadrada, contándose para ello con las expresiones (4.6) y (4.9), respectivamente. Para realizar el cálculo de M_{ij} se ha tenido en cuenta que su valor depende únicamente de la posición y orientación relativas entre los dos anillos. Por tanto, se supone el anillo j en el origen de un sistema de coordenadas O orientado según el eje z y el anillo i en el origen de un sistema de coordenadas O_i orientado según el eje z_i manteniendo la posición y orientación relativas respecto del anillo j (ver Fig. 4.3). Teniendo todo esto en cuenta, la expresión (4.44) resulta

$$M_{ij} = \frac{R}{I}\Big[\int_0^{2\pi} A_{i,x}(\overrightarrow{r}_j|_{O_i}) \sin\phi d\phi + \int_0^{2\pi} A_{i,y}(\overrightarrow{r}_j|_{O_i}) \cos\phi d\phi\Big] \tag{4.45}$$

donde el vector $\overrightarrow{r}_j|_{O_i}$ recorre el contorno del anillo j respecto del sistema de referencia O_i. Esta integral se realiza mediante el método de Romberg [48]. Con el objetivo de tener una precisión mayor en el cálculo de la inductancia mutua se hace uso de un modelo para los anillos basado en dos filamentos [52]. Este modelo permite tener en cuenta tanto el ancho de pista, w, como el espesor de la metalización de los anillos. En la práctica este espesor es de 35 μm de cobre y, por tanto, puede considerarse despreciable respecto al ancho de pista. Por tanto, se

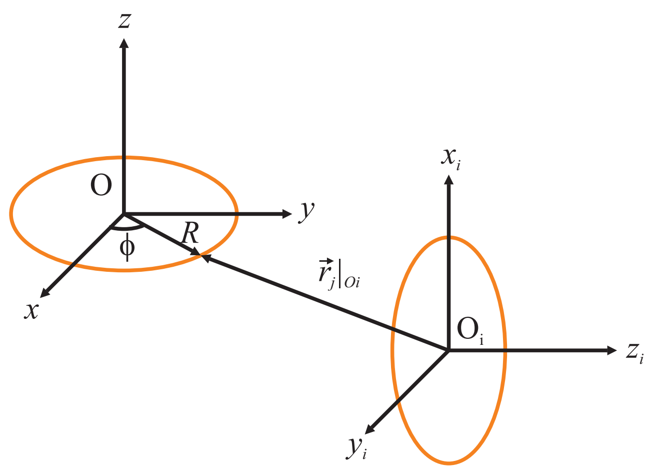

Figura 4.3: Esquema para el cálculo de M_{ij}.

supone cada anillo formado por dos filamentos, uno de radio $r_1 = R - \delta/2$ y otro de radio $r_2 = R + \delta/2$ donde $\delta = w/\sqrt{3}$ [52]. Así pues, en el caso del cálculo de la inductancia mutua entre los anillos i y j se dispone de cuatro filamentos de radio r_{i1}, r_{i2}, r_{j1} y r_{j1} entre los cuales se calculan las inductancias $M_{i1,j1}$, $M_{i1,j2}$, $M_{i2,j1}$, $M_{i2,j2}$. Finalmente, la inductancia mutua total resulta $M_{i,j} = (M_{i1,j1} + M_{i1,j2} + M_{i2,j1} + M_{i2,j2})/4$.

Una vez conocidos todos los elementos de la matriz $\overline{\overline{Z}}$ se resuelve la ecuación matricial mediante el método LU [49]. Esto permite calcular todas las corrientes sobre los anillos del sistema y, por tanto, calcular la resistencia introducida en la bobina por la lente, R_l, como la parte real del cociente entre la tensión impuesta en la bobina ($1V$) y la corriente eléctrica calculada sobre la bobina I_{N+1}:

$$R_l = \mathrm{Re}\left[\frac{V_{N+1}}{I_{N+1}}\right] = \mathrm{Re}\left[\frac{1}{I_{N+1}}\right]. \tag{4.46}$$

Cabe añadir que la reactancia introducida por la lente en la bobina puede calcularse tomando la parte imaginaria, en lugar de la parte real, en la expresión anterior. Aunque no interviene en el cálculo del SNR, esta parte imaginaria, o reactancia, será calculada en un apartado posterior al objeto de analizar la dependencia en frecuencia de la impedancia introducida por la lente en una bobina. Finalmente se calcula el vector potencial $\overrightarrow{A}(x, y, 0)$ a una distancia s_2 de la interfaz de salida de la lámina de metamaterial (ver Fig. 4.2.a) como

$$\overrightarrow{A}(x, y, 0) = \sum_{i=1}^{N+1} \overrightarrow{A}_i(x, y, 0), \tag{4.47}$$

donde cada sumando representa el potencial vector creado por cada uno de los elementos que forman el sistema y se calcula haciendo uso de las expresiones (4.6) y (4.9) mencionadas en la sección anterior.

Después del análisis en el subsistema A, se procede a analizar el subsistema B. En este análisis, se asume que el campo calculado en la posición $z = 0$ en vacío en el subsistema A es el campo que incide sobre la superficie del conductor semiinfinito en el subsistema B. Esto implica asumir que la inductancia mutua entre los anillos calculada en vacío en el subsistema A debe ser la misma que en presencia del conductor semiinfinito en el subsistema B. Para comprobar esta hipótesis, la tabla 4.1 muestra la inductancia mutua obtenida para dos anillos con las dimensiones de la estructura de la lámina de metamaterial previamente estudiada en [10] y separados 15 mm (la periodicidad en esta misma estructura) en configuraciones coplanar y coaxial, tanto en vacío como en presencia de un conductor. Los cálculos de la inductancia mutua mostrados en la tabla fueron obtenidos con un análisis *full-wave* usando el simulador electromagnético comercial *CST Microwave Studio*. En la simulación, la muestra conductora ($\varepsilon = 90$ y $\sigma = 1{,}6$ S/m) es de tamaño finito pero los suficientemente grande para despreciar los efectos de borde. Los resultados de la tabla muestran que la parte real de la inductancia mutua obtenida en vacío y en presencia de una muestra conductora son muy similares y que la parte imaginaria que aparece en presencia de un conductor es despreciable. Por tanto, la hipótesis de partida para el método es válida.

Configuración	M_v(nH)	M_c(nH)
Coplanar	$-0{,}170$	$-0{,}170 - j7{,}49 \cdot 10^{-3}$
Coaxial	$0{,}216$	$0{,}216 - j4{,}53 \cdot 10^{-3}$

Cuadro 4.1: Inductancia mutua entre dos anillos de radio externo $6{,}02$ mm, ancho de pista $2{,}17$ mm con sus centros separados 15 mm, en vacío (M_v) y en presencia de una muestra conductora (M_c) para comfiguración coplanar y coaxial. La muestra conductora ($\varepsilon = 90$ y $\sigma = 1{,}6$ S/m) fue situada a $1{,}5$ mm de distancia de los anillos.

El análisis del subsistema B es análogo al realizado para el modelo de medio estratificado de la sección anterior pero suponiendo una sola interfaz. Así pues, la aplicación de las condiciones de contorno (4.17) y (4.18) a la única interfaz permite obtener los coeficientes de reflexión y transmisión dados por

$$R = \frac{\mu_2 k_{z,1} - \mu_1 k_{z,2}}{\mu_2 k_{z,1} + \mu_1 k_{z,2}} \tag{4.48}$$

y

$$T = \frac{2\mu_2 k_{z,1}}{\mu_2 k_{z,1} + \mu_1 k_{z,2}} \tag{4.49}$$

donde $k_{z,i} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_i \mu_i - k_x^2 - k_y^2}$, con $i = 1$ para el vacío y $i = 2$ para el medio conductor, siendo $\mu_1 = \mu_2 = \varepsilon_1 = 1$ y ε_2 una magnitud compleja que da cuenta de la permitividad y la conductividad del espacio semiinfinito, cuyas propiedades son similares a las del cuerpo humano $\varepsilon_2 = \varepsilon - j\sigma/(\omega\varepsilon_0)$. El potencial vector incidente calculado sobre la superficie del conductor se descompone en sus armónicos de Fourier $\widetilde{A}(k_x, k_y, z)$ por medio de una FFT [49]. Después, cada armónico se multiplica por un coeficiente de transmisión, $T(k_x, k_y)$, obtenido a través de las condiciones de contorno en la superficie que separa el vacío del medio conductor semiinfinito, de forma que los armónicos que se propagan dentro del conductor semiinfinito están dados por

$$\widetilde{A}(k_x, k_y, z) = T(k_x, k_y)\widetilde{A}(k_x, k_y, 0)e^{-jk_{z,2}z}, \tag{4.50}$$

Una vez conocido el potencial vector dentro del conductor semiinfinito, se calcula la transformada de Fourier del campo magnético $\widetilde{B}_+(k_x, k_y, z) = \widetilde{B}_z(k_x, k_y, z) + j\widetilde{B}_y(k_x, k_y, z)$ como

$$\widetilde{B}_+(k_x, k_y, z) = jk_y\widetilde{A}_x(k_x, k_y, z) - jk_x\widetilde{A}_y(k_x, k_y, z) + k_{z,2}\widetilde{A}_x(k_x, k_y, z). \tag{4.51}$$

Finalmente, se obtiene el campo magnético $B_+(x, y, z)$ por medio de la transformada inversa de Fourier, la cual proporciona la señal para el cálculo del SNR.

El conductor semiinfinito introduce en la bobina una resistencia en serie adicional, R_c, que, desde el punto de vista del teorema de reciprocidad, es debido a la potencia disipada por las corrientes inducidas en el conductor semiinfinito y puede obtenerse como

$$R_c = \frac{\sigma}{|I_{N+1}|^2}\int |\overrightarrow{E}(x, y, z)|^2 d\tau = \frac{\sigma\omega^2}{|I_{N+1}|^2}\int |\overrightarrow{A}(x, y, z)|^2 d\tau. \tag{4.52}$$

Teniendo en cuenta el teorema de Parseval, la expresión anterior se escribe como:

$$R_c = \frac{\sigma\omega^2}{|I_{N+1}|^2}\int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \int_0^{+\infty} dz|\widetilde{A}(k_x, k_y, z)|^2. \tag{4.53}$$

Por tanto, $\widetilde{A}(k_x, k_y, z)$ proporciona tanto la señal en (4.51) como el ruido adicional en (4.53) introducido por la muestra conductora. Con este procedimiento se puede calcular tanto el campo magnético $B_+(x,y,z)$ dentro del conductor semiinfinito como la resistencia total en la bobina $R_b = R_l + R_c$ para obtener finalmente el SNR como

$$\text{SNR}(x,y,z) = \frac{|B_+(x,y,z)/I_{N+1}|}{\sqrt{R_b}}. \tag{4.54}$$

Finalmente, cabe mencionar que,al igual que con el modelo continuo, todo el procedimiento de cálculo se implementa mediante un código en FORTRAN90.

4.4. Comparación entre los modelos

En las secciones anteriores se han presentado dos métodos diferentes para el cálculo del SNR de una bobina de RM en presencia de un medio conductor y de una lente magnética de metamaterial basada en una distribución tridimensional de CLRs. En ambos casos el proceso consta, primero, del cálculo del campo magnético, B_+, en el interior del medio conductor, y segundo, del cálculo de la parte real de la impedancia de entrada en la bobina, R_b, a la que contribuyen tanto la lente como el medio conductor. Estas dos magnitudes se emplean posteriormente para el cálculo del SNR como el cociente entre B_+ y la raíz de R_b según las expresiones (4.2) o (4.54). En el modelo homogéneo se supone una bobina enfrentada a un medio estratificado donde una de las capas presenta un valor de μ dado por la ecuación (3.6). En el modelo discreto se calcula el SNR teniendo en cuenta el campo creado por cada uno de los CLRs de la lente real y las interacciones entre ellos y la bobina. Por tanto, cabe esperar que la predicción del SNR proporcionada por el modelo discreto sea más realista que la proporcionada por el modelo homogéneo. En la presente sección se verifica esta hipótesis por medio de la comparación con medidas experimentales de los valores proporcionados por los dos modelos para las magnitudes involucradas en el cálculo del SNR. Estas medidas se obtienen para el montaje experimental mostrado en la Fig. 4.2.b, donde se hace uso de la lente presentada en [10]. Esta lente está constituida por un arreglo tridimensional cúbico de $18 \times 18 \times 2$ celdas y 2196 CLRs, con periodicidad $a = 15$ mm y un volumen total de $27 \times 27 \times 3$ cm^3. Cada CLR está formado por un anillo de cobre, fotograbado en un sustrato de FR4, con un radio externo $r = 6{,}02$ mm, ancho de pista $w = 2{,}17$ mm y espesor de cobre de 35 μm. Cada anillo está cortado con un *gap* de 2 mm y contiene en el *gap* un condensador cerámico no magnético ATC100B (*American Technical Ceramics Corp., NY, USA*) con capacidad nominal $C = 470$ pF, tolerancia $1\,\%$ y resistencia serie equivalente ultra baja, especialmente diseñados para aplicaciones de RM. Con esta capacidad los anillos resuenan a una frecuencia de $f = 63{,}27$ MHz, mientras que la frecuencia de operación de la lente (frecuencia a la que $\mu = -1$) es de 63.87 MHz, que corresponde a la frecuencia de Larmor de un escáner de RM de 1.5 T. Esta lente fue diseñada para operar a esta frecuencia siguiendo el procedimiento riguroso de homogenización descrito en [40]. A partir de la medida de la frecuencia de resonancia y del valor nominal de la capacidad se obtiene, como se ha indicado en la sección anterior, la autoinducción de los anillos $L = 13{,}5$ nH. A partir de este valor y de la medida del factor de calidad se obtiene la resistencia de los anillos $R = 0{,}0465\ \Omega$. Todos estos valores sirven de parámetros de entrada para el cálculo con ambos modelos, tanto para los elementos de la matriz de impedancias del modelo discreto como para evaluar la permeabilidad efectiva en el modelo continuo. En primer lugar se calcula mediante ambos métodos la impedancia introducida por la lente en en una bobina circular, en función de la frecuencia y en ausencia de medio conductor. Los cálculos se comparan con medidas experimentales y se discuten los valores obtenidos a la frecuencia a la que correspondería un valor de $\mu = -1$ en la lámina de metamaterial. En segundo lugar se realiza una comparación tanto del campo magnético B_+ que produce a lo largo de su eje otra bobina circular de tamaño convencional en presencia de la lente y del medio conductor como de la raíz cuadrada de la resistencia en la bobina R_b. El cociente de ambas magnitudes proporciona el SNR, que finalmente se compara entre ambos modelos y con medidas experimentales.

4.4.1. Resistencia introducida en una bobina por una lámina de metamaterial en función de la frecuencia

Mediante un analizador vectorial de redes (en el presente trabajo se ha usado el modelo *Agilent PNA series E8363B*) se mide la impedancia de entrada, Z_{in} de una bobina o espira circular de 5" de diámetro (un valor típico de estándares comerciales de bobinas de RM) y 1 cm de ancho de pista, estando la bobina a una distancia de 15 mm de la lente descrita en el apartado anterior y en ausencia de la muestra conductora. A continuación se mide la impedancia de entrada de la bobina en vacío, Z_v. La impedancia introducida por la lente, Z_l, se obtiene entonces como

$$Z_l = Z_{in} - Z_v. \tag{4.55}$$

Para las simulaciones tanto con el modelo continuo como con el modelo discreto, la bobina se implementa en el cálculo mediante un modelo de doble filamento [52]. Junto a esto, en el caso del modelo continuo se utiliza un medio estratificado con dos capas donde la primera capa, de espesor $d_1 = 30$ mm, se corresponde con la lente y la segunda con el vacío. Para la simulación se toma $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \mu_2 = 1$, mientras que μ_1 está dado por la expresión (3.6) para los parámetros de la lente descrita. En el caso del modelo discreto, tanto la bobina como los anillos de la lente se modelan también como un doble filamento [52] y para los parámetros de entrada que modelan el medio conductor semiinfinito se toman los del vacío ($\varepsilon = 1$ y $\sigma = 0$). Las Figs. 4.4.a y 4.4.b muestran, respectivamente, el valor en frecuencia de la parte real y la parte imaginaria de la impedancia Z_l obtenida experimentalmente. Estas figuras también muestran los resultados obtenidos mediante el modelo homogéneo y el modelo dicreto para la resistencia R_b (Fig. 4.4.a) y la reactancia (Fig. 4.4.b) que introduce la lente en la bobina. Los resultados numéricos de la Fig. 4.4.b para el modelo continuo muestran que la reactancia que introduce la lente es nula a la frecuencia de 66 MHz. Esta es precisamente la frecuencia para la que la expresión (3.6) que modela la permeabilidad en el modelo de medio continuo predice un valor de $\mu = -1$. Al mismo tiempo, los resultados numéricos para el modelo continuo en la Fig. 4.4.a muestran que la resistencia

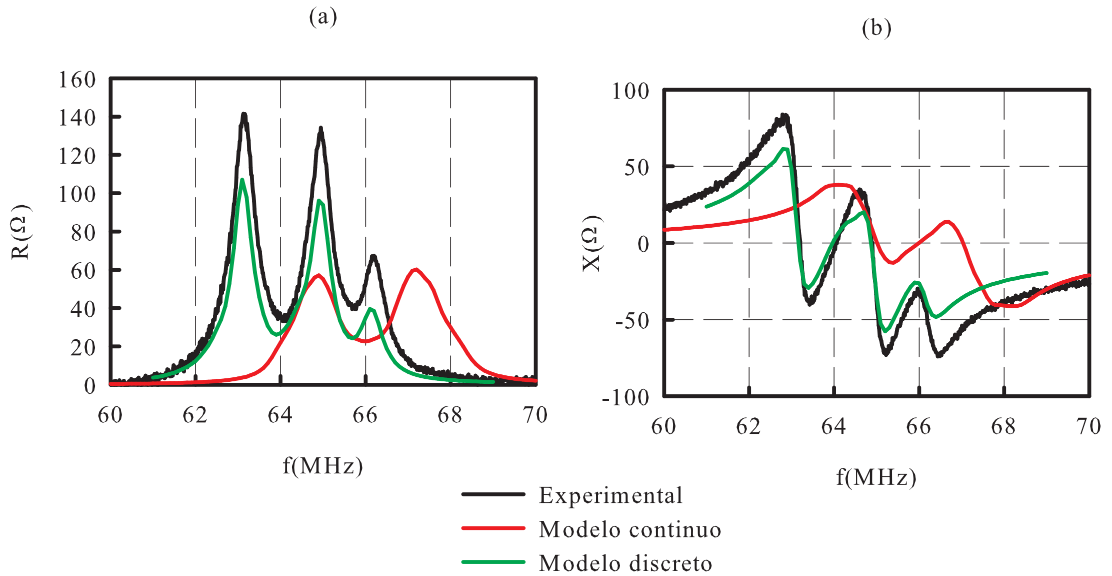

Figura 4.4: Resistencia (a) y reactancia (b) introducidas en una bobina de 5 pulgadas de diámetro y 10 mm de ancho de pista por la lente de metamaterial presentada en [10]. En color negro se representan las medidas experimentales y en colores rojo y verde los resultados numéricos obtenidos mediante el modelo homogéneo y el discreto, respectivamente.

presenta un mínimo también a esta misma frecuencia. La existencia de un nulo en la reactancia y de un mínimo en la resistencia a la frecuencia de $\mu = -1$ suponen que, según el modelo continuo, la impedancia de entrada de la bobina se ve mínimamente alterada por la presencia de la lente a esa frecuencia. Esto está en acuerdo con el hecho de que la autoinducción de una espira de corriente situada frente a una lámina infinita de permeabilidad $\mu = -1$ no debe cambiar respecto a su valor en vacío. En efecto, como se discutió en el capítulo 2, el coeficiente de reflexión de una lámina ideal con $\mu = -1$ es nulo, por lo que el campo magnético que atraviesa una espira enfrentada a la lámina es el mismo que en ausencia de la lámina, y por tanto, es igual su autoinducción. El hecho de que la resistencia predicha por el modelo continuo no muestre un nulo sino un mínimo se debe a que la lámina homogénea analizada no es ideal sino que presenta pérdidas. Siguiendo con el análisis de los resultados mostrados en las Figs. 4.4.a y b, cabe fijarse ahora en que la parte imaginaria de los valores experimentales de

Z_l presentan un nulo en la Fig. 4.4.b a la misma frecuencia (63.87 MHz) a la que la parte real muestra un mínimo en la Fig. 4.4.a, esto es, un resultado análogo al mostrado por el modelo continuo aunque no a la misma frecuencia (66 MHz para el modelo continuo, 63.87 MHz para las medidas experimentales). En cuanto a los resultados obtenidos con el modelo discreto y que se muestran en las figuras, predicen con exactitud tanto el valor en frecuencia (63.87 MHz) para el que se obtiene experimentalmente el nulo en la reactancia y el mínimo en la resistencia como el valor de esta resistencia, y en general, presentan un excelente acuerdo con las medidas experimentales en todo el rango de frecuencia. Esto confirma la hipótesis planteada al principio acerca de la mayor exactitud que cabe esperar de los resultados predichos por el modelo discreto frente al modelo continuo. El acuerdo mostrado entre los resultados proporcionados por el modelo discreto y las medidas experimentales permiten hacer uso de este modelo para diseñar estructuras periódicas compuestas por CLRs que presenten $\mu = -1$ a la frecuencia deseada, tomando como referencia en el diseño la obtención de una reactancia nula y una resistencia mínima en la impedancia introducida por la estructura en una bobina a la frecuencia de interés. Este procedimiento ha sido precisamente el empleado en esta tesis para diseñar lentes que operen a las frecuencia de trabajo (frecuencia de Larmor) de escáneres de RM de 1.5 T y 3 T.

4.4.2. Campo magnético y resistencia en presencia de una lámina de metamaterial y un medio conductor

Como ya se ha mencionado anteriormente en varias ocasiones, el SNR es proporcional al campo B_+, e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la resistencia en la bobina R_b, siendo ésta la resistencia total que introduciría la lente y una muestra conductora en un experimento de RM. En la sección anterior se ha mostrado como a la frecuencia para la cual $\mu = -1$, la resistencia introducida por la lente en una bobina es mínima. Por tanto, aunque valores negativos de μ próximos a $\mu = -1$ pudieran exhibir propiedades muy similares desde el punto de vista del campo generado, con vistas a una aplicación en RM donde interesa reducir el ruido en la imagen en la mayor medida posible, el valor de $\mu = -1$ es el de mayor interés al corresponder a un valor mínimo en la resistencia R_b introducida en la bobina. Teniendo esto en cuenta, en la presente sección se realiza en primer lugar una comparación entre el modelo homogéneo y el modelo discreto para el cálculo a la frecuencia de $\mu = -1$ del campo $B_+(0, 0, z)$ generado por una bobina circular a lo largo del eje y en el interior del semiespacio conductor que modela una muestra conductora (conviene hacer notar aquí que el campo B_+ a lo largo del eje de la bobina coincide con la componente axial B_z). En segundo lugar se compara con medidas experimentales el valor de la raíz cuadrada de R_b en función de la frecuencia obtenido mediante ambos modelos, estando ahora presente tanto la lente como el medio conductor semiinfinito. El hecho de presentar los valores de la raíz de R_b en lugar de los valores de R_b directamente obedece a que en una sección posterior se usarán para el cálculo del SNR. El montaje experimental se corresponde con el de la fotografía mostrada en la Fig. 4.2.b. Como muestra conductora se ha empleado un recipiente de $14 \times 16 \times 16$ cm^3 que contiene una disolución de agua y NaCl con una conductividad de $1{,}6$ S/m, un valor típico del tejido humano [1]. La bobina empleada en el experimento es una espira de cobre con un diámetro de 3” (otro valor estándard en RM) y una pista de 10 mm de ancho, fotograbada sobre FR4. Para calcular $B_+(0, 0, z)$ mediante el modelo continuo, la bobina se modela como un doble filamento [52] y se sitúa a una distancia $d_0 = 15$ mm de un medio estratificado compuesto de dos capas y un medio conductor semiinfinito. Los parámetros para la primera capa, que modela la lente, son $d_1 = 30$ mm, $\varepsilon_1 = 1$ y $\mu_1 = -1 - j0{,}2$, valor éste proporcionado por la ecuación (3.6) utilizando los parámetros de la lente mostrada en [10] y a la frecuencia de 66 MHz para la que la parte real de la permeabilidad es $\mu' = -1$ y la resistencia introducida por la lente es mínima, como se comprobó en la sección anterior. Para la segunda capa, que modela un delgado espacio de aire existente entre la lente y la muestra conductora en el experimento, se toma $d_2 = 4$ mm, $\varepsilon_1 = 1$ y $\mu_1 = 1$; finalmente, para el espacio semiinfinito se considera $\varepsilon_3 = 90$, $\sigma_3 = 1{,}6$ S/m y $\mu_3 = 1$.

[1] http://niremf.ifac.cnr.it/tissprop/htmlclie/htmlclie.htm#stsftag

Para calcular $B_{+}(0,0,z)$ con el modelo discreto se utiliza la misma bobina circular que en el modelo homogéneo y situada a una distancia $s_1 = 15$ mm de la lente. La lente se encuentra a su vez a $s_2 = 4$ mm de distancia del medio conductor semiinfinito cuyas propiedades son $\varepsilon = 90$ y $\sigma = 1{,}6$ S/m en el modelo. Este cálculo se realiza a la frecuencia de $63{,}87$ MHz, que, como se ha comprobado anteriormente, se corresponde con la frecuencia de $\mu = -1$ según el modelo discreto. Con los parámetros mencionados se calcula el campo $B_{+}(0,0,z)$ con ambos modelos para la frecuencia correspondiente a $\mu = -1$ en cada caso, y posteriormente se realiza el cálculo de la raíz cuadrada de R_b en función de la frecuencia. La Fig. 4.5.a muestra los resultados obtenidos con el modelo homogéneo y el modelo discreto para el perfil de campo $B_{+}(0,0,z)$ a lo largo del eje de la bobina dentro del semiespacio conductor. La Fig. 4.5.b muestra los resultados de ambos mode-

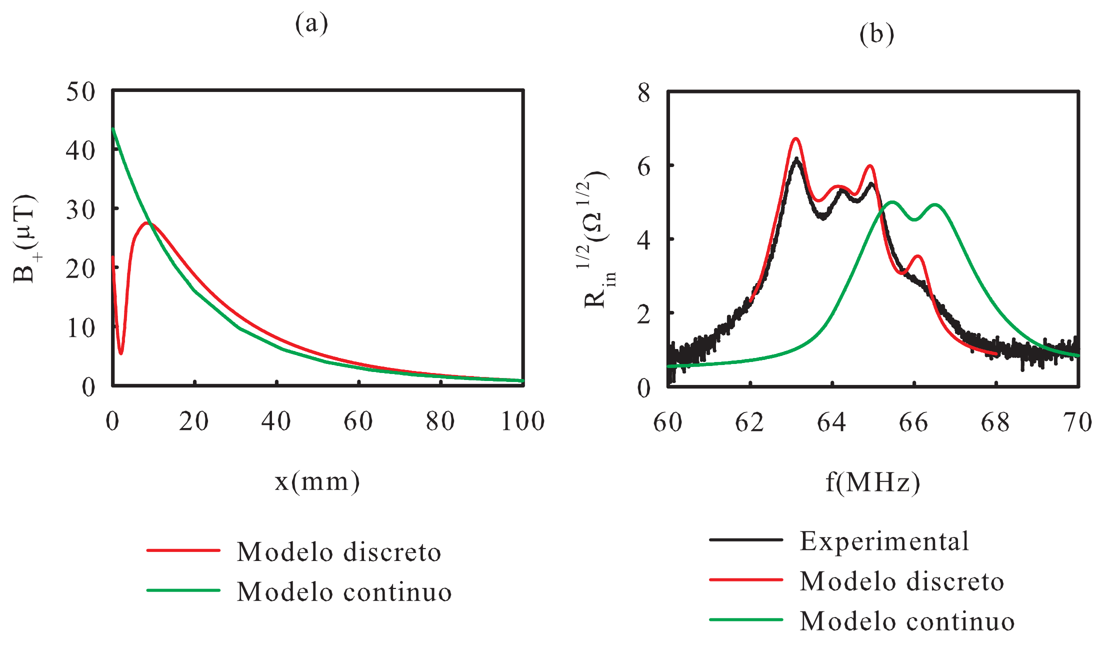

Figura 4.5: (a) Campo magnético axial y (b) raíz cuadrada de la resistencia eléctrica de una bobina cargada con una lente como la presentada en [10] y con un medio conductor con características similares a las del cuerpo humano. Se muestran los resultados obtenidos mediante el modelo discreto (línea roja), mediante el modelo homogéneo (línea verde) y se añade una medida experimental de la raíz cuadrada de la resistencia (línea negra).

los para la raíz cuadrada de R_b en función de la frecuencia, así como los valores obtenidos experimentalmente midiendo la impedancia de entrada de la bobina mediante el analizador de redes. La comparación entre el modelo homogéneo y el modelo discreto para los resultados de $B_+(0, 0, z)$ (Fig. 4.5.a) muestra una fuerte discrepancia dentro de distancias a la superficie de la muestra del orden del tamaño de la celda unidad, esto es, entre $z = 0$ y $z = 15$ mm, aunque a distancias mayores los resultados proporcionados por ambos modelos coinciden. La discrepancia se debe a que, a distancias inferiores al tamaño de la celda unidad, el campo creado individualmente por cada anillo domina localmente. Obviamente, este efecto es una consecuencia directa del carácter discreto de la estructura que no puede ser contemplado por ningún tipo de homogeneización. A una conclusión similar se llegó en [50] para una configuración en la que la lente se encontraba en ausencia de muestra conductora. En cuanto a los resultados mostrados en la Fig. 4.5.b para la raíz cuadrada de R_b (Fig. 4.5.b), al igual que se observó en la sección anterior en ausencia de la muestra conductora, también ahora en presencia de la lente y de la mustra conductora se observa un buen acuerdo en un amplio rango de frecuencias entre los resultados obtenidos mediante el modelo discreto y las medidas experimentales. A la vista de los resultados obtenidos tanto para $B_+(0, 0, z)$ como para R_b puede concluirse que el uso de un modelo discreto resulta fundamental si se desean obtener predicciones precisas tanto para la frecuencia a la cual la lente real se comporta como un medio con $\mu = -1$, como para obtener el valor de resistencia introducida a esta frecuencia y la distribución de campo a cualquier distancia.

4.4.3. Relación señal-ruido (SNR)

A continuación se realiza el cálculo del SNR como el cociente entre los valores de B_+ y $\sqrt{R_b}$ obtenidos en la sección anterior mediante los modelos continuo y discreto. Estos cálculos se comparan con los valores experimentales que pueden obtenerse para el SNR a partir de medidas realizadas con un analizador de redes. Estas medidas consisten en la obtención del coeficiente de transmisión, S_{21}, entre la bobina y una sonda situada dentro de la disolución salina empleada como muestra conductora. Las medidas se realizan a la frecuencia de 63.87 MHz, para la cual el modelo discreto predice $\mu = -1$, y para distintas distancias z a lo largo del eje de la bobina. La sonda consiste en una pequeña espira conductora conectada a uno de los dos puertos del analizador de redes y se dispone paralela a la bobina (de esta manera la medida es proporcional a la componente axial B_z generada por la bobina, que coincide con B_+ a lo largo de su eje). La bobina se conecta al otro puerto mediante una sencilla red de adaptación para obtener una impedancia de $50\ \Omega$ (la impedancia característica del sistema de medida) a la frecuencia de las medidas (63.87 MHz). Esta red de adaptación consiste en un sencillo circuito que consta de un condensador conectado en paralelo a la bobina, seguido de otro conectado en serie. Este tipo de circuito permite adaptar a 50 Ω la impedancia de la bobina, dada por la combinación en serie de la reactancia inductiva de la misma y la resistencia R_b. En las condiciones descritas, esto es, con la bobina adaptada a 50 Ω y usando una pequeña espira como sonda, puede demostrarse fácilmente que el S_{21} es proporcional al cociente $B_+/\sqrt{R_b}$ (ver Apéndice B). Este tipo de medida representa una forma habitual de caracterizar el SNR proporcionado por una bobina de RM en el laboratorio de manera previa a las pruebas que puedan realizarse en un escáner de RM. Como se ha dicho, el S_{21} que se obtiene al medir de esta manera es proporcional a $B_+/\sqrt{R_b}$. Para obtener la constante de proporcionalidad se divide el S_{21} medido en ausencia de la lente por el SNR calculado en esa situación con el modelo discreto o con el modelo continuo, ya que ambos modelos coinciden en ausencia de la lente (para la medida y los cálculos, la bobina se sitúa en el plano que ocuparía la interfaz de salida de la lente, esto es, a 4 mm de la superficie de la muestra). En efecto, se comprueba que los valores de la curva obtenida experimentalmente para el S_{21} en ausencia de la lente son proporcionales a los valores calculados para el SNR mediante el modelo continuo o el discreto, y con la misma constante de proporcionalidad en cada punto de la curva, esto es, a cualquier distancia z. La constante de proporcionalidad así obtenida en ausencia de la lente se emplea para poder comparar el SNR que se obtiene en presencia de la lente experimentalmente con los resultados numéricos de ambos modelos. La Fig. 4.6 muestra los resultados de las simulaciones del SNR para el modelo discreto y para el modelo continuo así como los resultados experimentales obtenidos en la medida en presencia de la lente. Los resultados numéricos correspondientes a las simulaciones que se muestran en la Fig. 4.6 se corresponden con el cociente entre el campo $B_+(0, 0, z)$ mostrado en la Fig. 4.5.a y la raíz cuadrada de la resistencia R_b mostrada en la Fig. 4.5.b. Los tres conjuntos de resultados que se muestran la Fig. 4.6 están normalizados al valor máximo de los resultados obtenidos con el modelo discreto, que se toma como referencia, y están representados en unidades arbitrarias. Los resultados en la Fig. 4.6 muestran que existe un buen acuerdo entre las medidas experimentales y los resultados numéricos obtenidos a través del modelo discreto. Como cabe esperar, los resultados numéricos del modelo continuo sólo se ajustan a las medidas a distancias superiores al tamaño de la celda unidad (esto es, para $z > 15$ mm) donde

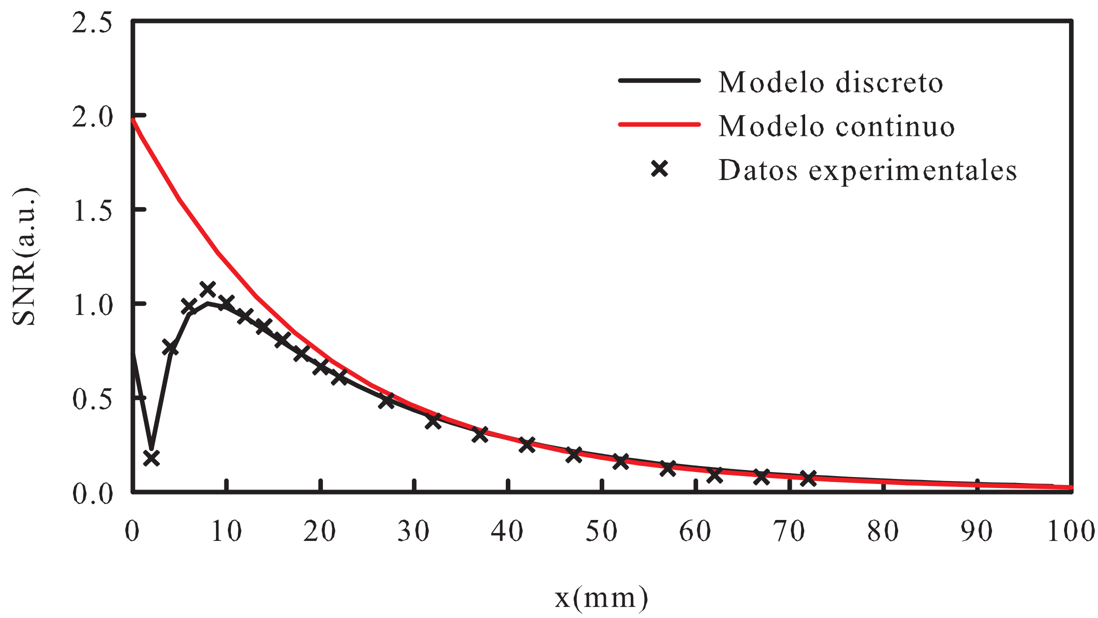

Figura 4.6: Línea negra: SNR calculado mediante el modelo discreto; línea roja: SNR calculado mediante el modelo continuo; cruces negras: medidas experimentaels del coeficiente S21 entre la bobina a $50\ \Omega$ y una pequeña sonda.

los efectos del carácter discreto no son dominantes.

4.5. Conclusiones

En el presente capítulo se han presentado dos modelos, uno denominado continuo y otro discreto, para el cálculo del SNR proporcionado por una bobina de RM, en presencia de una muestra conductora y de una lente magnética de metamaterial. La lente consiste en una estructura periódica de anillos conductores resonantes (CLRs) y se situa entre la bobina y la muestra. La muestra viene dada en ambos modelos por un medio conductor semiinfinito con valores de permitividad y conductividad típicos del tejido humano. El modelo que denominamos continuo hace uso de un sencillo proceso de homogenización (explicado en detalle en el capítulo 3) para modelar la lente como una lámina de medio continuo con una permeabilidad efectiva dependiente de la frecuencia. El modelo que denominamos discreto tiene en cuenta el carácter discreto de la lente real y su tamaño finito al considerar los elementos que la constituyen de forma individual y calcular las interacciones (inducciones mutuas) entre ellos y la bobina. Ambos modelos permiten calcular, por un lado, el campo magnético de radiofrecuencia, B_+, generado por la bobina y la lente, y por otro lado, la resistencia, R_b, introducida en la bobina por la lente y la muestra conductora, para así obtener el SNR proporcionado por la bobina en el interior de la muestra como el cociente SNR= $B_+/\sqrt{R_b}$.

El cálculo, mediante el modelo continuo, de la impedancia adicional que una lente introduce en una bobina en vacío muestra un mínimo en la parte real (resistencia) y un nulo en la parte imaginaria (reactancia) a la misma frecuencia a la que la permeabilidad efectiva que modela la lente toma el valor $\mu = -1$. Este resultado está en acuerdo con el hecho de que la autoinducción de una espira de corriente, situada frente a una lámina ideal e infinita con permeabilidad $\mu = -1$, no cambia respecto a su valor en vacío, esto es, su reactancia no se ve alterada por la presencia de la lámina. En efecto, como se discutió en el capítulo 2, el coeficiente de reflexión de una lámina ideal con $\mu = -1$ es nulo, por lo que el campo magnético que atraviesa una espira enfrentada a la lámina es el mismo que en ausencia de la lámina, y por tanto, es igual su autoinducción. El hecho de que la resistencia predicha por el modelo continuo no muestre un nulo sino un mínimo se debe a que la lámina homogénea analizada no es ideal sino que presenta pérdidas. La medida de la impedancia introducida en una bobina en vacío por la lente real muestra en efecto la existencia de un mínimo en la resistencia y un nulo en la reactancia, aunque a una frecuencia distinta a la predicha por el modelo continuo. Así, el modelo continuo permite establecer, cualitativamente, una correlación entre la dependencia en frecuencia de la permeabilidad efectiva que modela la lámina, y un parámetro característico de la bobina y fácil de medir como es su impedancia. El modelo discreto se complementa con el modelo continuo, ya que permite predecir correctamente no sólo la frecuencia a la que se observa experimentalmente el mínimo en la resistencia coincidente con el nulo en la reactancia, sino en general el valor de la impedancia medida en un amplio rango de frecuencias. Así, al predecir con exactitud la impedancia, el modelo discreto puede ser usado para diseñar estructuras periódicas compuestas por CLRs que presenten $\mu = -1$ a la frecuencia deseada, tomando como referencia en el diseño la obtención de una reactancia nula y una resistencia mínima en la impedancia introducida por la estructura en una bobina, a la frecuencia de interés. La comparación entre las medidas obtenidas experimentalmente para el SNR y los valores numéricos calculados con ambos modelos muestra que el modelo discreto permite predecir el SNR correctamente en cualquier punto del interior de la muestra, mientras que el modelo continuo lo predice a distancias en el interior de la muestra por encima del tamaño de la celda unidad en la lente. Esto se debe a que a distancias del orden de la periodicidad de la lente, ésta no puede ser vista como un medio homogéneo, ya que el campo creado individualmente por cada anillo domina localmente.

Capítulo 5

Aplicación de los metamateriales magnéticos de anillos resonantes en la mejora de la relación señal-ruido de bobinas de superficie de resonancia magnética

5.1. Introducción

Como ya se ha comentado anteriormente, en la técnica de imagen médica por resonancia magnética (RM), los dos hitos principales son la reducción en el tiempo de adquisición y la obtención de una elevada relación señal-ruido (o SNR por sus siglas en inglés *Signal-to-Noise Ratio*) en la imagen de RM. Como ya se discutió en el capítulo 1, el SNR proporcionado por una bobina de RM se calcula, en virtud del teorema de reciprocidad [15], como el cociente entre el campo magnético B_+ creado por la bobina para una corriente unidad, también denominado sensibilidad de la bobina, y la raíz cuadrada de la resistencia que la muestra introduce en la bobina. En general, la muestra puede venir dada por tejido humano o por un *phantom* [1],[11], esto es, un recipiente conteniendo una disolución electrolítica con propiedades eléctricas similares a la del tejido humano y que simula el tejido humano en experimentos de RM. En el presente trabajo, además, la muestra también puede venir dada por una lámina de metamaterial. Las bobinas denominadas de superficie se disponen sobre la piel del paciente, frente a la región anatómica de interés, y permiten obtener imágenes con un SNR en la región cercana a la bobina mucho mayor que con las antenas de volumen, las cuales se disponen, por ejemplo, rodeando el cráneo, el torso, o una articulación en una extremidad. La razón es que al estar la sensibilidad de las bobinas de superficie restringida a una región menos extensa, esto es, su campo de visión o FOV (*Field of View* [1],[11]) es más reducido, recibe menos ruido de la muestra. Sin embargo, mientras que las antenas de volumen permiten obtener una sensibilidad muy uniforme, la sensibilidad de las bobinas de superficie, como ya se demostró en el capítulo 1 (ver Figs. 1.6 y 1.7), decae muy rápidamente con la distancia a la bobina, lo que constituye su principal incoveniente (como regla general, la sensibilidad de la bobina es apreciable hasta distancias del orden del tamaño de la bobina).

Por otro lado, en el capítulo 2 también se discutió como una lámina de metamaterial con $\mu = -1$ puede ser empleada como una lente de campo próximo capaz de trasladar el campo magnético de RF existente en un plano fuente paralelo a la lámina, hasta un plano imagen situado al otro lado de la misma (siendo la distancia entre los planos fuente e imagen el doble del espesor de la lámina). Esto sugiere la posibilidad de utilizar una lente con $\mu = -1$ para trasladar el campo producido por una bobina a una distancia mayor en el interior de la muestra, para de esta manera aumentar su sensibilidad a distancias de penetración más profundas. Así, en el presente capítulo se investiga el uso de bobinas de superficie, combinadas con lentes con $\mu = -1$ como las analizadas en el capítulo 3 y consistentes en arreglos tridimensionales (3D) de anillos conductores cargados capacitivamente (o CLRs por sus siglas en inglés *capacitively-loaded rings*), al objeto de tratar de aumentar el SNR proporcionado por estas bobinas. Para llevar a cabo este análisis se dispone de la herramienta numérica basada en el modelo denominado discreto ya discutido en el capítulo 4, y cuya fiabilidad ya fue comprobada mediante la comparación con resultados experimentales obtenidos en el laboratorio mediante un analizador de redes. Con esta herramienta se investiga aquí la estructura óptima basada en CLRs que proporciona el SNR máximo, que será aquella que introduzca una resistencia mínima en la bobina a la frecuencia de $\mu = -1$. Una vez encontrada esta estructura óptima, se investiga su capacidad para incrementar el SNR a distintas frecuencias de trabajo correspondientes a las frecuencias de Larmor de los sistemas de RM más comúnmente usados, esto es, sistemas de 0.5 T, 1.5 T y 3T. En un experimento convencional de RM, la muestra constituye la fuente dominante de ruido a frecuencias de trabajo altas, mientras que el ruido procedente de la metalización de la bobina es el dominante a frecuencias bajas [44]. Eso se debe a que la resistencia asociada a las pérdidas en la muestra conductora crece con el cuadrado de la frecuencia, mientras que la resistencia de la metalización de la bobina crece con la raíz cuadrada de la frecuencia [53]. Esto último también se aplica a la metalización en los CLRs de las estructuras estudiadas. Por tanto, cabe esperar que en los experimentos con lentes basadas en CLRs, el ruido procedente de la muestra aumente con la frecuencia más rápidamente que el ruido procedente de la lente. Esto sugiere que la ganancia en el SNR proporcionado por las lentes magnéticas también aumentará con la frecuencia. Para comprobarlo se compara el SNR proporcionado por la estructura óptima encontrada, a las frecuencias de Larmor correspondientes a sistemas de $0{,}5$ T, $1{,}5$ T y 3 T. Para ello se realiza un análisis numérico que se valida con resultados experimentales. Estos resultados experimentales se han obtenido tanto en el laboratorio mediante un analizador de redes haciendo uso del procedimiento descrito en el capítulo anterior, como también mediante experimentos efectuados en escáneres de RM.

En el capítulo 3 también se hizo referencia a la posibilidad de implementar medios basados en CLRs que presenten otros valores de permeabilidad distintos de $\mu = -1$, como son $\mu = 0$ y $\mu \to \infty$. Como ya se comentó, medios con $\mu = 0$ o $\mu \to \infty$ pueden expulsar o confinar, respectivamente, las lineas de campo magnetico de RF. Por tanto, una red tridimensional de CLRs puede ser diseñada para expulsar o confinar, a la frecuencia de interés, el flujo de campo magnetico de RF generado por una bobina [35], lo que se investiga en detalle al final del capítulo para una aplicación orientada también a la mejora del SNR de bobinas de superficie. Esta última investigación también se ha validado experimentalmente mediante medidas efectuadas en escáneres de RM.

5.2. Contribución a la mejora de la razón señal-ruido de bobinas de superficie mediante láminas de metamaterial de permeabilidad negativa (lentes)

Como se ha indicado, la capacidad de las lentes con $\mu = -1$ para trasladar el campo magnético de RF puede ser empleada para tratar de incrementar la sensibilidad de bobinas de superficie. Para ilustrar esto, en la Fig. 5.1 se compara el cálculo del campo magnético producido por una bobina a lo largo de su eje en el interior de una muestra conductora, en presencia y en ausencia de una lente con $\mu = -1$. Los cálculos se realizan por medio del modelo discreto para una bobina circular de 3" de diámetro y para la lente con $\mu = -1$ mostrada en [10] (los detalles de la estructura de esta lente ya fueron descritos en los capítulos 3 y 4). La muestra se modela como un medio conductor semiinfinito con $\varepsilon = 90$ y $\sigma = 1$ S/m. Los cálculos se realizan a la frecuencia de 63.63 MHz, que corresponde a la frecuencia de $\mu = -1$ en la lente mostrada en [10] y es además la frecuencia de Larmor en un sistema de RM de 1.5 T para el que fue diseñada la lente [40]. La Fig. 5.1.a muestra el perfil axial de campo, o sensibilidad, cuando la bobina se dispone a 1 mm de la interfaz del medio conductor. Se observa como la sensibilidad decae a lo largo del eje y es significativa hasta una distancia de penetración de 7 a 8 cm, esto es, del orden del diámetro de 3" de la bobina. La curva de color rojo en la Fig. 5.1.b muestra la sensibilidad que se obtiene cuando la lente mostrada en [10] se interpone entre la bobina y el medio conductor (la distancia entre la bobina y la lente, y entre la lente y el medio conductor es de 1 mm).

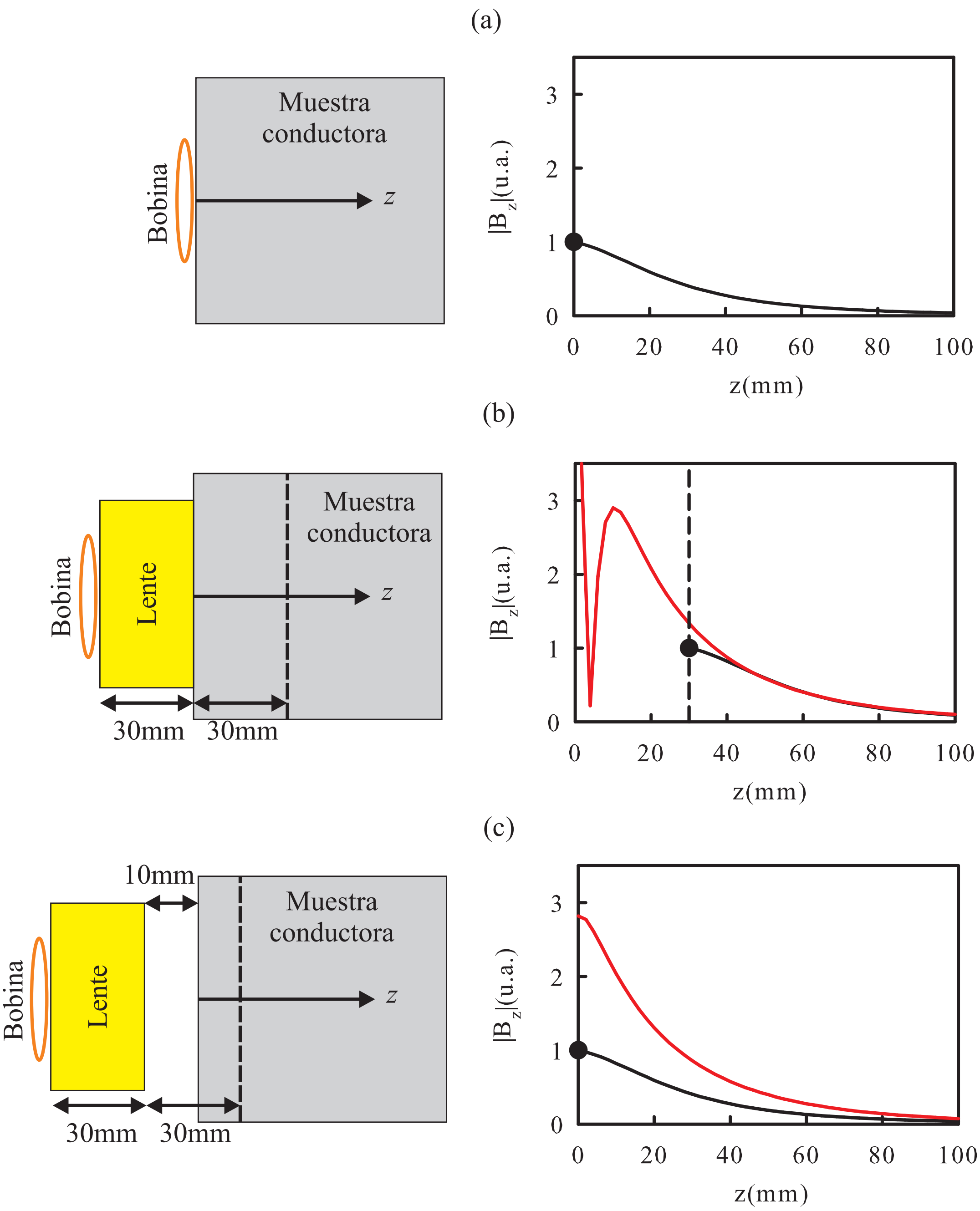

Figura 5.1: (a) Perfil axial de sensibilidad calculado mediante el modelo discreto (discutido en el capítulo 4) para una bobina circular de 3" situada a 1 mm de un medio conductor semiinfinito. (b) Curva roja: perfil axial que se obtiene cuando la lente con $\mu = -1$ mostrada en [10] se interpone entre la bobina y el medio siendo 1 mm la distancia entre los tres elementos. Curva negra: perfil del apartado (a) trasladado una distancia igual al espesor de la lente. (c) Perfil axial que se obtiene al alejar la lente 10 mm del medio. Tambien se representa el perfil del apartado (a) a efectos comparativos.

Sobre esta curva de color rojo se ha superpuesto la curva de color negro correspondiente al resultado de la Fig. 5.1.a pero trasladada una distancia igual al espesor de la lente, esto es, 30 mm. Ambas curvas se solapan a partir de esta distancia, lo cual demuestra que en efecto la lente traslada el campo generado por la bobina una distancia igual al espesor de la lente. Por otro lado, cabe observar también en la Fig. 5.1.b, que a distancias muy próximas a la superficie del medio conductor ($z < 10$ mm), la sensibilidad producida por la lente es extremadamente inhomogenea. Ello se debe a que a pequeñas distancias de la interfaz de salida de la lente dominan las variaciones espaciales de campo producidas localmente por los anillos que constituyen la lente, lo que es una consecuencia directa del carácter discreto de le lente [50]. Desde el punto de vista de la adquisición de imágenes por RM, esto se traduce en un artefacto no deseado en la imagen (por definición, un artefacto en la imagen es cualquier detalle que aparece en la imagen que no se encuentra presente en el objeto original a representar) [1],[11]. Para ilustrar esto, las Fig. 5.2.a y 5.2.b muestran, respectivamente, la imagen de RM obtenida para un *phantom* con una bobina, y la imagen de RM obtenida con la lente mostrada en [10] interpuesta entre la bobina y el *phantom*, estando la lente en contacto con el *phantom*.

(a) (b)

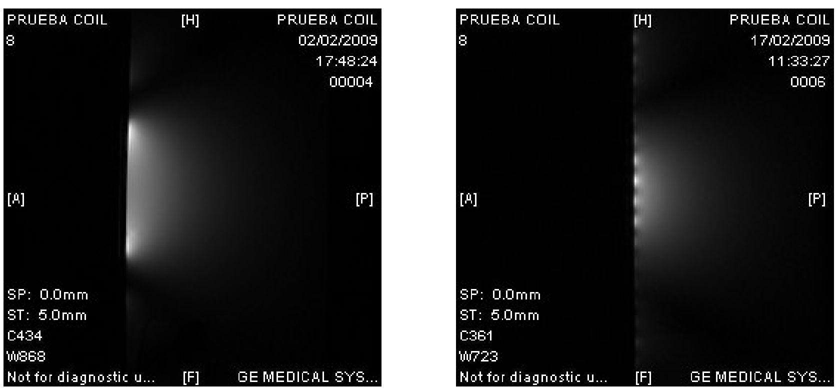

Figura 5.2: Imágenes de RM obtenidas con un *phantom* en un escáner de 1.5 T para una configuración como la mostrada en (a) la Fig. 5.1.a. y (b) la Fig. 5.1.b.

La Fig. 5.2. muestra claramente en la superficie del *phantom* el artefacto producido por la lente debido a su carácter discreto. Con vistas a una aplicación clínica, esto hace necesario separar la lente del medio conductor la distancia suficiente para que no se observe este artefacto. Así, la curva de color rojo en la Fig. 5.1.c muestra el perfil de sensibilidad que se obtiene al alejar la lente 10 mm de la superficie del medio conductor, lo que hace desaparecer la inhomogeneidad en la sensibilidad y con ello hace desaparecer el artefacto (en lo sucesivo, las imágenes de RM que se muestran en este trabajo haciendo uso de lentes se obtienen alejando la lente algunos mm para evitar la aparición de este artefacto). En esta misma Fig. 5.1.c se muestra de nuevo el perfil de sensibilidad correspondiente a la Fig. 5.1.a (curva de color negro). La comparación entre las curvas roja y negra en la Fig. 5.1.c pone de manifiesto como en esta configuración, aún con la lente ligeramente alejada de la muestra, todavía se logra obtener con ayuda de la lente una sensibilidad (curva roja) mayor que la proporcionada por la bobina por sí sola (curva negra), y sin artefacto, lo que constituye un resultado en la buena dirección para tratar de llegar a una aplicación. No obstante, un incremento en la sensibilidad por sí solo no representa aún una mejora en las prestaciones de una bobina de superficie, ya que es el SNR, y no la sensibilidad, la figura de mérito. En este punto, cabe recordar otra vez, que el SNR es directamente proporcional a la sensibilidad, e inversamente proporcional a la raíz de la resistencia asociada a las pérdidas en la muestra (dada tanto por el medio conductor como por la lente). Así, aunque se ha demostrado que la lente tiene la capacidad de producir un aumento de la sensibilidad, no obstante, como se ha visto en el capítulo anterior, también introduce en la bobina una resistencia adicional, R_l, debido a las pérdidas óhmicas en los resonadores de la lente (la mayor contribución viene de la resistencia en serie equivalente de los condensadores comerciales no magnéticos). Junto a esto, la amplificación en el interior de la lente de los armónicos evanescentes que constituyen el campo (mecanismo discutido en los capítulos 2 y 3), hace que la amplitud del campo a la salida de la lente, esto es, en la superficie del medio conductor, sea muy elevada, lo que da lugar a una mayor disipación de potencia en este medio y por tanto a que la resistencia asociada al medio conductor sea mayor en presencia de la lente que en ausencia de la misma. Por todo esto, el aumento en la sensibilidad que produce la lente podría verse descompensado por el aumento en la resistencia introducida en la bobina, por lo que el valor final del SNR obtenido por la bobina en combinación con la lente podría llegar a ser inferior al obtenido en ausencia de la lente. La Fig. 5.3 muestra los resultados del cálculo mediante el modelo discreto de la resistencia R_l introducida en la bobina de $3^{"}$ por la lenteen [10] para distintas distancias entre la bobina y la lente. Los resultados muestran que R_l decae muy rápidamente con la distancia hasta hacerse despreciable. De esto se desprende que quizás la lente podría aumentar el SNR si se aleja de la bobina la distancia suficiente, de manera que aún incrementa la sensibilidad al trasladar el campo pero sin introducir ruido adicional apreciable.

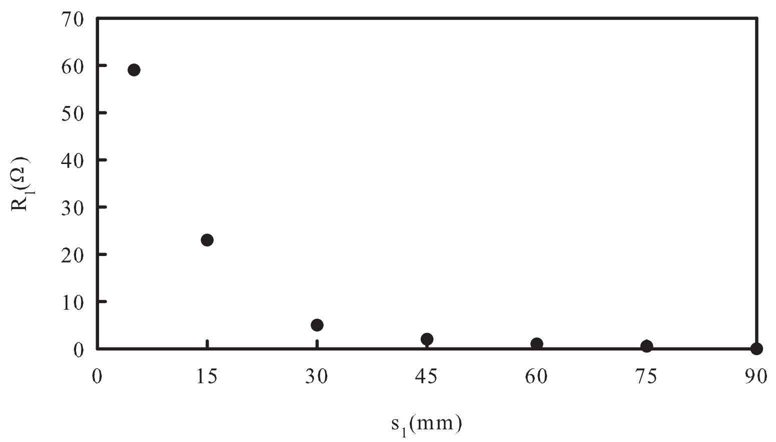

Figura 5.3: Resistencia introducida en una bobina de $3^{"}$ por la lente en [10] para diferentes distancias entre la bobina y la lente.

Esta idea sirvió de base para el experimento de RM mostrado en [10], y reproducido aquí en la Fig. 5.4, en el que se dispone una bobina comercial circular de $3^{"}$ de diámetro junto a la rodilla de un voluntario y se compara la imagen de RM que se obtiene así con la que obtiene al situar la lente entre ambas rodillas [10]. En esta última configuración, la lente está lo suficientemente alejada de la bobina como para no introducir ruido adicional de forma significativa, de tal forma que

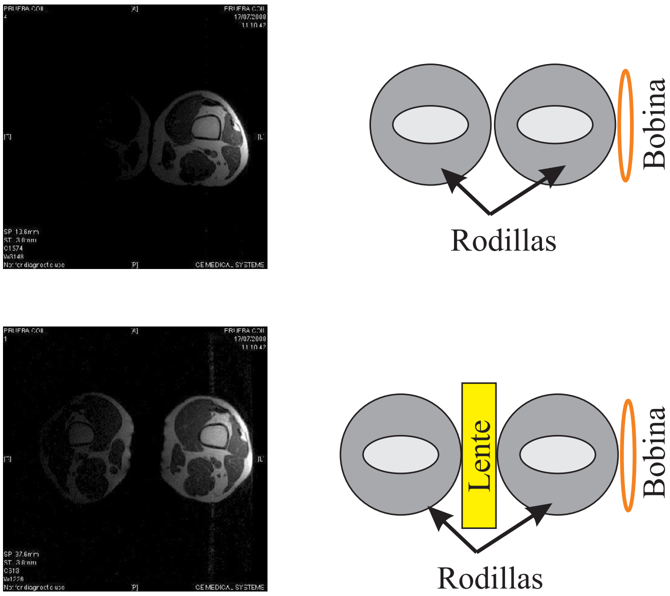

Figura 5.4: Imágenes de RM obtenidas en el experimento mostrado en [10] y esquemas de la configuración correspondiente a cada imagen.

el ruido proviene únicamente de la rodilla más próxima a la bobina.

En los resultados obtenidos en [10] y que la Fig. 5.4 reproduce, puede observarse que la rodilla más alejada de la bobina es más visible al hacer uso de la lente. Un resultado similar se obtiene en [33] donde se muestra que la lente permite aumentar el SNR solo i la lente se situa a una distancia de la bobina superior al diámetro de la bobina. Además de para garantizar que la lente no introduzca ruido adicional, en este experimento la bobina ha de estar también alejada de la lente para que el acoplo entre la bobina y los resonadores de la lente sea débil y así la bobina, que resuena a la frecuencia de Larmor del escáner de RM, no se desintonice, lo cual era imprescindible para poder efectuar el experimento al tratarse de una bobina comercial en lo que no había opción a reajustar su sintonía.

5.2.1. Optimización del diseño de la lente: de la red tridimensional a la lente magnetoinductiva.

Como ya se ha indicado, el principal problema asociado con el uso de láminas basadas en CLRs para aplicaciones en RM es el ruido adicional introducido en la bobina por el dispositivo [36]. Aunque alejar la bobina de la lente, tal y como se llevó a cabo en [10] y en [33] (la Fig. 5.4 reproduce el experimento en [10]), se presenta como una posibilidad para reducir el ruido, esto impone limitaciones en las posibles aplicaciones de las lentes. Desde un punto de vista práctico, sería deseable poder disponer la bobina próxima a la lente y esta a su vez junto a la muestra cuya imagen se desea obtener. Una configuración de este tipo se muestra de forma esquemática a modo de ejemplo en la Fig. 5.5. Con la bobina próxima a la lente, el objetivo es entonces tratar de reducir al mínimo la resistencia introducida en la bobina por la lente. Así, en la presente sección se investiga como alcanzar este objetivo actuando sobre la estructura de la lente. Como se comprobó

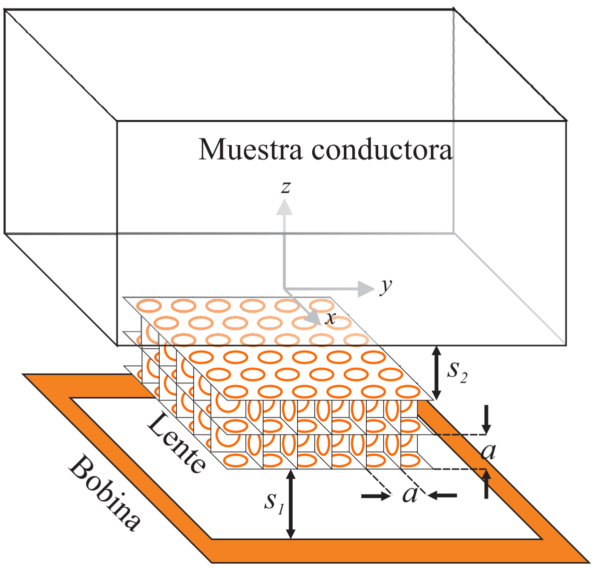

Figura 5.5: Esquema de la configuración bajo análisis: una bobina situada a una distancia s_1 de la superficie de una lente de metamaterial discreta y finita de espesor d y periodicidad a, la cual se halla a una distancia s_2 de una muestra conductora.

en el capítulo 3, las lentes presentan un comportamiento de filtro paso baja para los armónicos evanescentes que inciden sobre ella. En el caso que nos ocupa, estos armónicos corresponden al espectro espacial del campo generado por la bobina. El comportamiento filtro paso baja implica que los armónicos espaciales asociados a número de onda altos no son transmitidos de forma eficiente por la lente al interior del medio conductor, por lo que no contribuyen a la sensibilidad. Sin embargo, estos armónicos contribuyen a aumentar el ruido que la lente introduce en la bobina, ya que inducen corrientes en los anillos de la lente. En virtud de todo lo anterior, resultaría conveniente tratar de evitar entonces que estos armónicos incidan sobre la lente. En el espectro espacial de armónicos de Fourier del campo generado por una bobina, los armónicos con números de onda altos están asociados a las rápidas variaciones espaciales de los vórtices de campo magnético que rodean la metalización a distancias cortas. En la Fig. 5.6.a se muestra como ejemplo un esquema de las líneas de campo magnético generadas por una bobina de radio R.

La Fig. 5.6.b muestra el valor absoluto del perfil axial de campo a una distancia $R/4$ de la bobina y a lo largo de una dirección paralela al diámetro de la bobina (dirección y en la figura) calculado por medio de la Ley de Biot-Savart. El perfil de campo en las posiciones que corresponden a la metalización ($y = \pm R$ en la figura) muestra variaciones espaciales muy acentuadas. En el plano de la bobina ($z = 0$), estas variaciones vendrían dadas por singularidades de la componente axial al atravesar la metalización de un lado a otro. Estas rápidas variaciones espaciales

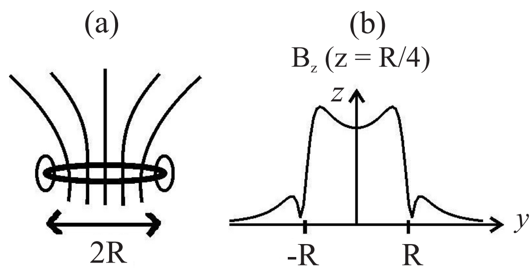

Figura 5.6: (a) Esquema de las líneas de campo magnético generadas por una bobina de radio R. (b) Valor absoluto del perfil axial de campo a una distancia $R/4$ de la bobina calculado por medio de la Ley de Biot-Savart. .

son las representadas en el espectro espacial de Fourier del campo por los armónicos con números de onda más altos. Si la lente presenta un área más pequeña que la superficie de la bobina, como se muestra en la Fig. 5.5, estos vórtices no inducirán corrientes en los anillos de la lente y no contribuirán a las pérdidas [34]. Para comprobar esto, haciendo uso del modelo discreto se calcula y se compara el SNR que se obtiene en una bobina al combinarla con lentes de dos tamaños distintos, una con un área mayor que la bobina y otra con un área menor. La Fig. 5.7 muestra el perfil axial de SNR calculado mediante el modelo discreto para estas dos situaciones. A efectos comparativos se incluye también el perfil axial de SNR correspondiente a la bobina en ausencia de lentes. La bobina es cuadrada y de lado 12 cm y se sitúa a 7 mm de las lentes ($s_1 = 7$ mm en la Fig. 5.5) y también a 7 mm de la muestra en el caso sin lentes (esta distancia de 7 mm es del orden de la separación típica entre la metalización de una bobina comercial y el paciente debido al encapsulado de la bobina). En cuanto a las lentes, se disponen a 10 mm

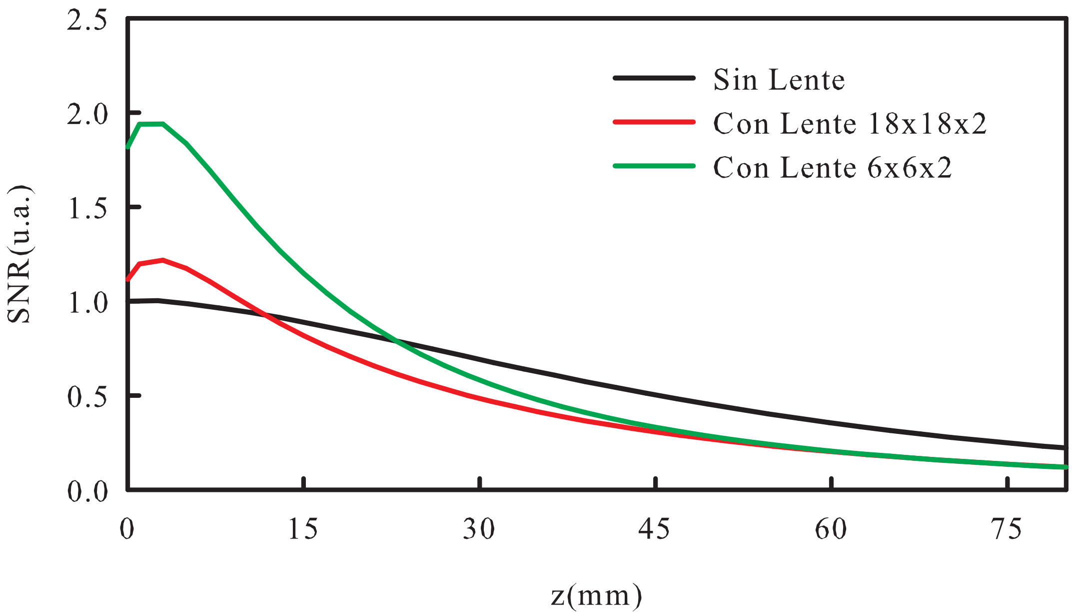

Figura 5.7: Perfil de SNR obtenido mediante lentes de $\mu = -1$ de diferentes tamaños comparados con el perfil obtenido en ausencia de lentes.

de la muestra ($s_2 = 10$ mm en la Fig. 5.5) para prevenir la aparición de artefactos debidos a los anillos. La muestra conductora, al igual que en ejemplos precedentes, corresponde a un medio semiiinfinito con $\varepsilon = 90$ y $\sigma = 1$ S/m. La curva roja en la Fig. 5.7 se corresponde con el SNR obtenido utilizando la lente de $18 \times 18 \times 2$ celdas (18×18 en el plano paralelo a la bobina y 2 celdas en la dirección axial) y área 27×27 cm^2, mostrada en [10] y que se ha venido utilizando como referencia. La curva verde se corresponde con el SNR obtenido a través de una lente similar a la descrita en [10] pero mucho más pequeña, de $6 \times 6 \times 2$ celdas unidad y área 9×9 cm^2 (la bobina cuadrada tiene un área de 12×12 cm^2). Finalmente la curva negra muestra el SNR proprocionado por la bobina en ausencia de lentes. Todos los resultados están normalizados al máximo valor de SNR proporcionado por la bobina en ausencia de lentes y expresados por tanto en unidades arbitrarias (u.a.). Los resultados de la Fig. 5.7 muestran, en general, que el SNR obtenido utilizando alguna de las lentes es superior al SNR obtenido en ausencia de lentes para distancias cortas, pero inferior a partir de cierta distancia. Más concretamente, los resultados muestran que el aumento en el SNR es mayor para la lente más pequeña de $6 \times 6 \times 2$ y que la distancia hasta la cual se produce este aumento también es mayor que para la lente extensa de $18 \times 18 \times 2$. A la vista de estos resultados, se concluye que reducir el tamaño de la lente se convierte en el primer paso natural para la optimización del dispositivo.

Fijando ahora el tamaño de la lente en las direcciónes transversales en 6×6 celdas, se realiza a continuación un estudio del número de celdas unidad óptimo en la dirección axial. La Fig. 5.8 muestra el perfil de SNR calculado mediante el modelo discreto para lentes 3D de 6×6 celdas unidad en las direcciones transversales y para diferente número de celdas en la dirección axial o diferentes espesores de lente, esto es, 1, 2 y 3 celdas unidad de espesor. Para calcular las curvas se ha tenido en cuenta que la frecuencia de $\mu = -1$ depende del número de celdas.

Por ello, para cada estructura se ha ajustado la frecuencia de resonancia de los anillos de tal manera que todas presenten $\mu = -1$ a la misma frecuencia, esto es, $63{,}63$ MHz, que es la frecuencia de operación de la lente original de $18 \times 18 \times 2$ en [10] (para determinar la frecuencia de $\mu = -1$ en todas las estructuras se sigue el

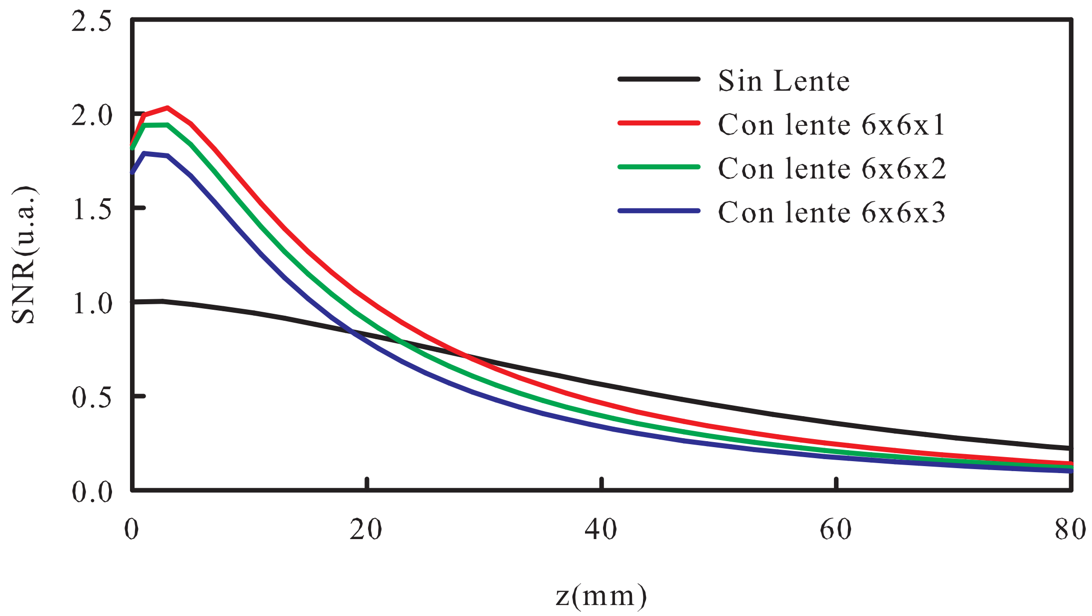

Figura 5.8: Perfil de SNR obtenido mediante lentes de $\mu = -1$ de espesores diferentes.

criterio discutido en el capítulo anterior según el cual esta frecuencia corresponde a un mínimo en la resistencia y un nulo en la reactancia introducidas por la lente en la bobina). La Fig. 5.8 muestra que el SNR obtenido utilizando lentes de 6×6 celdas unidad en la dirección transversal disminuye al aumentar el número de celdas en la dirección axial. El caso óptimo se corresponde con la lente de una celda de espesor, para la cual la ganancia en el SNR es mayor y hasta una mayor distancia. De los resultados se concluye, por tanto, que la estructura óptima pasa a ser ahora una lente de $6 \times 6 \times 1$ celdas unidad.

La lente presentada en [10] supuso la primera realización práctica de una lente con $\mu = -1$ para aplicaciones en RM, basada en una red 3D de resonadores CLRs. En el capítulo 3 se estudiaron dos estructuras que representan variaciones de esta lente. La estructura netamente periódica mostrada en la Fig. 3.4.b que resulta de eliminar los anillos de una de las dos interfaces externas de la lente original en [10], y la estructura abierta mostrada en la Fig. 3.4.c que resulta de eliminar ambas interfaces. Con el objeto de comprobar cual de estas tres estructuras se ajustaba mejor a un modelo de lámina homogénea con $\mu = -1$, en el capítulo 3 se compararon sus funciones de transferencia con la de una lámina homogénea de permeabilidad descrita según la ecuación (3.6). Los resultados obtenidos a partir de la función de transferencia mostraron que la estructura netamente periódica es la que presenta una función de transferencia más similar a la de una lámina homogénea, en el sentido en que muestra una banda de paso libre de resonancias [41]. Medidas directas de la resolución de estas estructuras permitieron determinar además que la estructura netamente periódica presenta una resolución (del orden de 5 veces la periodicidad) ligeramente menor que la lente original (6 veces la periodicidad) [41], por lo que desde el punto de vista de la resolución, la estructura netamente periódica es la estructura óptima. No obstante, con vistas a una aplicación en RM, resulta interesante investigar cual de esta tres estructuras es la óptima, no desde el punto de vista de la resolución, que por otro lado aunque diferente para las tres estructuras no varía en exceso de una a otra (entre 5 y 6 veces la periodicidad, como se ha mencionado), sino desde el punto de vista del SNR que proporcionarían al combinarlas con una bobina. Este es precisamente el análisis llevado a cabo ahora. De los resultados obtenidos en las Figs. 5.7 y 5.8 se ha concluido que el tamaño óptimo de una lente con $\mu = -1$ es de $6 \times 6 \times 1$ celdas unidad. Sin embargo, esta nueva lente sigue manteniendo la estructura original cerrada (como la mostrada en la Fig. 3.4.a), esto es, una red 3D de anillos con dos interfaces externas en las que los anillos se disponen paralelamente a la interfaz. El siguiente paso para investigar la optimización de la estructura consiste ahora en comparar el SNR que se obtiene al eliminar una o dos interfaces externas en la lente de $6 \times 6 \times 1$ celdas. Para ello hay que tener en cuenta que en la lente netamente periódica existen dos posibles configuraciones. La primera configuración consiste en eliminar los anillos de la interfaz más cercana a la bobina, o primera interfaz, y la segunda configuración consiste en eliminar los anillos de la interfaz más alejada de la bobina, o segunda interfaz. La Fig. 5.9 muestra el perfil de SNR calculado mediante el modelo discreto para los casos siguientes: una lente cerrada (curva roja) una lente periódica sin la primera interfaz (curva verde), una lente

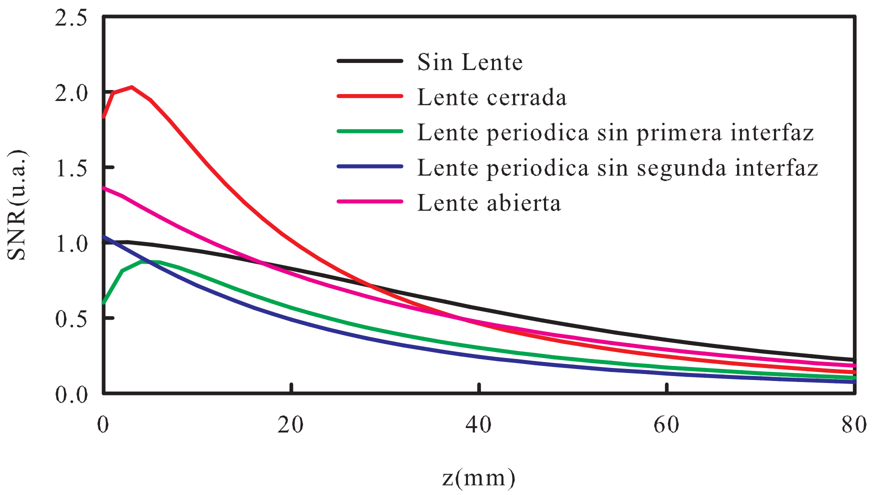

Figura 5.9: Perfil de SNR obtenido mediante una bobina de arista 12 cm junto con las lentes estudiadas en el capítulo 3.

periódica sin la segunda interfaz (curva azul) y una lente abierta (curva morada). Las cuatro estructuras corresponden a una red de $6 \times 6 \times 1$ celdas. En todos los casos se ha ajustado la frecuencia de resonancia de los anillos para que el mínimo de resistencia se obtenga a $63{,}63$ MHz. La Fig. 5.9 muestra que el SNR óptimo resulta de la estructura cerrada. Por tanto, se concluye que la estructura cerrada de $6 \times 6 \times 1$ celdas unidad se mantiene como opción óptima hasta el momento respecto a las alternativas propuestas. La presencia de dos interfaces de anillos orientados en la dirección axial de la bobina es fundamental entonces para obtener un SNR elevado. Esto se debe a que la sensibilidad en la región frontal de la bobina procede fundamentalmente del campo magnético axial B_z, siendo la contribución de la componente transversal B_y muy inferior, y la mayor contribución de la lente al campo axial procede de los anillos orientados según la dirección z. Esta es la razón por la que al eliminar una o ambas interfaces de anillos, el SNR se reduce de forma notable.

Por tanto, si todos los anillos contribuyen al ruido introducido por la lente en la bobina pero la contribución dominante en la sensibilidad viene dada por los anillos orientados según el eje de la bobina, el siguiente paso a considerar en el proceso de optimización consistirá en eliminar los anillos orientados según las direcciones transversales al eje de la bobina. Así, cabe ahora comparar el medio 3D cerrado con $6 \times 6 \times 1$ con $\mu = -1$ con un medio sin anillos transversales que presentará por tanto una $\mu = -1$ uniaxial. Esta estructura uniaxial resultante se corresponde con una estructura denominada en la bibliografía lente magnetoinductiva (MI) [54]-[56]. La lente MI es un dispositivo que consiste en dos superficies periódicas de CLRs inductivamente acopladas entre sí. Las dos interfaces no tienen que estar separadas necesariamente una distancia igual a la periodicidad en las láminas 2D. Se comprueba que en esta estructura la frecuencia a la cual se obtiene el mínimo de resistencia depende de la distancia entre las dos interfaces. Así pues, para la lente MI se ha partido de una estructura con anillos como los usados en [10] y con la misma periodicidad y se ha ajustado la distancia entre las dos superficies en lugar de ajustar la frecuencia de resonancia de los anillos para que la estructura presente un mínimo en la resistencia a la frecuencia $f = 63{,}63$ MHz. La Fig. 5.10 muestra el perfil de SNR calculado mediante el modelo discreto para la lente 3D de $6 \times 6 \times 1$ celdas unidad (curva roja) y para la lente MI de $6 \times 6 \times$ celdas unidad (curva verde). La Fig. 5.9 muestra que el SNR óptimo es el proporcionado por la lente MI [34]. El resultado final del proceso de optimización es, por tanto, una estructura sencilla consistente, como se ha mencionado, en dos superficies paralelas de CLRs, o lente MI, con un área inferior a la de la bobina [54]-[56]. La lente MI es anisótropa dado que solo interactúa con el campo perpendicular a los arreglos de CLRs. Sin embargo, esto no es ningún problema dado que el campo producido por la bobina es fundamentalmente axial. Dada su anisotropía, la permeabilidad de lente MI solo es negativa en la dirección perpendicular a la lente, pero el procedimiento de diseño es el mismo que para la lente 3D con $\mu = -1$ en el sentido de que la impedancia introducida por la lente debe mostrar un mínimo en la resistencia y un nulo en la reactancia [34].

Una vez hallada la estructura óptima se procede a continuación a investigar sus prestaciones en experimentos de RM. El proceso de adquisición típico en un experimento de RM, como ya se explicó en el capítulo 1, consiste en la excitación del tejido con un campo de RF intenso y uniforme generado por una bobina

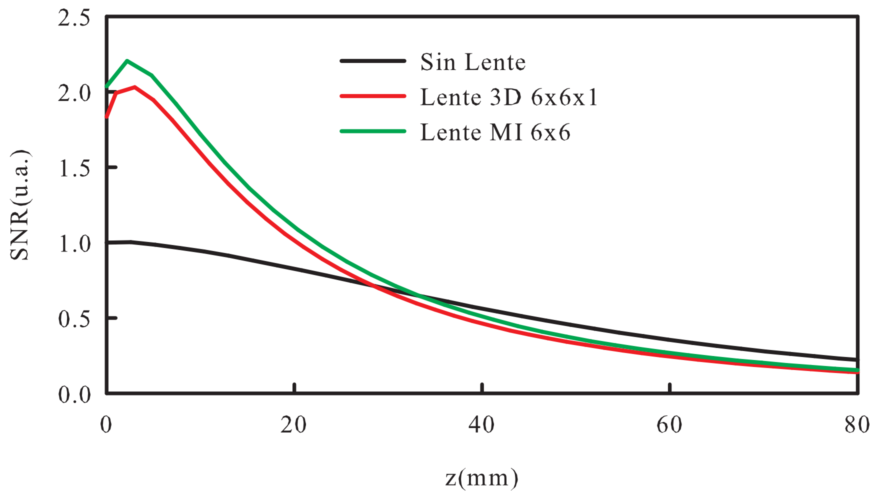

Figura 5.10: Perfil de SNR obtenido mediante la lente 3D de $6 \times 6 \times 1$ y mediante la lente MI de 6x6 celdas unidad.

emisora y, tras la excitación, la detección por medio de bobinas de superficie del débil campo de RF generado por los núcleos de hidrógeno del tejido. Durante la excitación, los espines nucleares giran un ángulo determinado por la intensidad y la duración del pulso de RF aplicado. Las lentes de metamaterial pueden distorsionar el campo de excitación de forma que el ángulo que giran los espines sea diferente del esperado. En una adquisición de imágenes a través de secuencias de pulsos tipo espín-eco [11], variaciones en el ángulo de giro son de vital importancia. Esto se debe a que, como se explicó en el capítulo 1, la secuencia espín-eco hace uso de un primer pulso de 90º seguido tras un tiempo de eco de un segundo pulso de 180º que permite reagrupar los dipolos magnéticos. Inhomogeneidades en el campo de excitación pueden hacer que durante el pulso de 180º, el ángulo que giran realmente los dipolos sea diferente de este valor. Esto impide que se reagrupen los dipolos y, por tanto, la señal que se registra puede disminuir significativamente. Este fenómeno toma especial importancia en la secuencia turbo espín-eco, donde tras el primer pulso de 90º se aplican múltiples pulsos sucesivos de 180º. Por tanto, es necesario implementar las lentes como láminas no lineales que puedan permutar entre $\mu \simeq 1$ bajo el intenso campo RF de excitación y $\mu = -1$ bajo el débil campo de RF procedente del tejido. En la práctica, esto se puede realizar inlcuyendo en los CLRs elmentos no lineales que permitan permutar entre diferentes respuestas dependiendo de si el campo es intenso o débil. En particular, en cada CLR se incluye un par de diodos cruzados en paralelo con el condensador. Bajo el intenso campo de excitación, la fuerza electromotriz inducida en los anillos de la lámina es suficiente para permitir a los diodos conducir la corriente, de manera que cortocircuitan al condensador situado en paralelo y los elementos resonantes se comportan como simples anillos metálicos cerrados, anulándose la respuesta de la lámina de metamaterial. La Fig. 5.11 muestra un esquema de la configuración bajo análisis, una lente MI consistente en dos arreglos paralelos de 6×6 CLRs situada entre una bobina cuadrada y una muestra conductora. En la Fig. 5.11.c se comparan dos imágenes de RM obtenidas haciendo uso de diodos cruzados en los anillos de la lente (imagen de la izquierda) y sin ellos (imagen de la derecha), para ilustrar el artefacto que aparece al prescindir de los diodos y que se debe a la perturbación del campo de excitación.

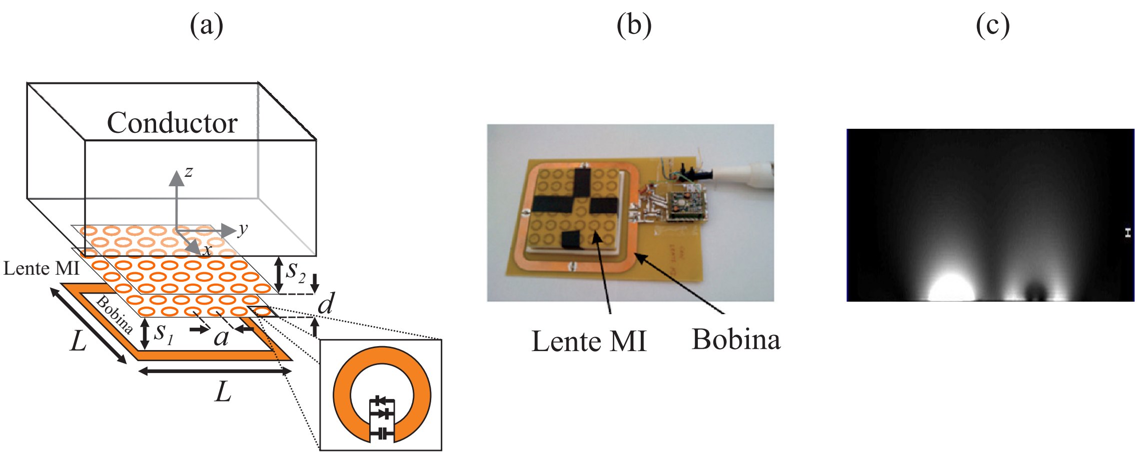

Figura 5.11: (a) Esquema del experimento. (b) Fotografía de la bobina de superficie fabricada junto a la lente magnetoinductiva. (c) Imágenes de RM obtenidas con y sin los diodos cruzados. La imagen obtenida sin diodos muestra un artefacto.

La periodicidad de los anillos en la lente MI de la Fig. 5.11 es $a = 15$ mm y el area de cada arreglo de anillos es de 9×9 cm^2. Los arreglos están separados una distancia $h = 11$ mm. Cada CLR está formado por un anillo de radio externo $r = 6{,}02$ mm y ancho de pista $w = 2{,}17$ mm que contiene un condensador no magnético de capacidad $470 \pm 1\,\%$ pF (*American Technical Ceramics Corp., NY, USA*) y un par de diodos cruzados (*Microsemi Corp., CA, USA*) en paralelo con el condensador (ver detalle ampliado en la Fig. 5.11.a). La bobina cuadrada es de arista $L = 12$ cm, el ancho de pista es de 1 cm y está separada una distancia $s_1 = 7$ mm de la lente MI por medio de láminas de *foam* Rohacell$^{\text{TM}}$ (ver fotografía de la Fig. 5.11.b). La lente está a su vez separada una distancia $s_2 = 10$ mm de la superfice de la muestra conductora (distancia necesaria para evitar la aparición de artefactos asociados con el carácter discreto de la lente). La bobina se sintoniza a $63{,}63$ MHz (la frecuencia de operación de RM en un escáner de 1.5 T) y se adapta su impedancia a $50\ \Omega$ a esta frecuencia mediante una red de adaptación. Incluye además un desacoplamiento activo de -25 dB a través de un diodo PIN, una trampa o *coil-trap* sintonizada para eliminar el modo común en el cable coaxial conectado a la bobina y un preamplificador de bajo ruido (una descripción más rigurosa y detallada se tiene en el apéndice C). A efectos comparativos se analiza una segunda configuración en ausencia de la lente situando la bobina directamente a 7 mm de la superficie de la muestra conductora. Para esta segunda configuración se emplea otra bobina de iguales dimensiones pero que requiere una red de adaptación y un desacoplo activo propios. La muestra conductora consiste en un *phantom* o recipiente de $35 \times 30 \times 15$ cm^3 lleno con una disolución de agua y sal con $\sigma = 0{,}7$ Sm^{-1} y $\varepsilon = 70$. Para el análisis numérico se considera un espacio conductor semiinfinito con los mismos parámetros eléctricos. Se realizó un experimento de RM haciendo uso de la configuración descrita en un sistema de RM Siemens Avanto de 1.5 T (Siemens Medical Systems, Erlangen, Germany) situado en el Departamento de Física Experimental 5 (Biofísica) de la Universidad de Würzburg (Alemania). En el experimento se adquirió una imagen mediante una secuencia gradiente-eco (TE= 10 ms, TR= 100 ms, FOV=300×300 mm^2, resolución 128×128, espesor de corte 3 mm) y un mapa del ruido originado por la muestra, que consiste en obtener la misma adquisición pero sin campo de excitación. En el experimento se obtuvo un mapa de SNR pixel a pixel mediante el método conocido como de las multiréplicas [57]. En este método, a partir del mapa de píxeles de ruido se obtiene la matriz de correlación de ruido [20], que al tratarse de una sola bobina en lugar de un areglo, consta de un solo elemento. A partir del mapa de píxeles de la imagen se obtienen réplicas de la misma añadiendo ruido aleatorio con una distribución normal a los datos en el espacio de Fourier [57]. El ruido añadido está correlacionado y escalado a través de la raíz cuadrada de la matríz de covarianza calculada préviamente mediante una descomposición de Cholesky [57]. Se toma como señal el valor medio pixel a pixel de la serie de réplicas calculadas y la desviación estándar como ruido. El cociente pixel a pixel del valor medio y la desviación estándar permite obtener un mapa del SNR en el experimento. Junto a este método experimental, además se han realizado medidas del SNR en el laboratorio haciendo uso de un analizador de redes tal y como se describe en el capítulo anterior y en el apéndice B. De esta manera se cuentan con datos experimentales procedentes de dos métodos distintos al objeto de validar los resultados numéricos de forma más rigurosa. La Fig. 5.12 muestra los perfiles de SNR obtenidos experimentalmente en el escáner de RM por medio del método de las multiréplicas [57] (línea continua) en la muestra conductora a lo largo del eje de la bobina (eje z del esquema de la Fig. 5.11.a) en presencia (rojo) y en ausencia (negro) de la lente MI. La figura también muestra las medidas obtenidas en el laboratorio mediante el analizador de redes (cruces) y los cálculos del SNR para obtenidos mediante el modelo discreto (línea discontinua roja en presencia de la lente y negra en ausencia de la lente). El buen acuerdo existente entre los resultados numéricos y los datos experimentales ratifica de nuevo la validez del modelo discreto discutido en el capítulo anterior, más aún al tratarse aquí de conjuntos de medidas obtenidas por medio de dos procedimientos independientes. Las curvas demuestran que el SNR proporcionado por la bobina junto con la lente MI es ligeramente inferior, para largas distancias, respecto al que proporciona la bobina sin lente, pero muy superior para distancias cortas. Esto demuestra que la estructura óptima obtenida, la lente MI, puede ayudar a eliminar el principal problema asociado con el uso de metamateriales con bobinas de superficie, este es, el alto valor de ruido introducido por la lámina de metamaterial [36].

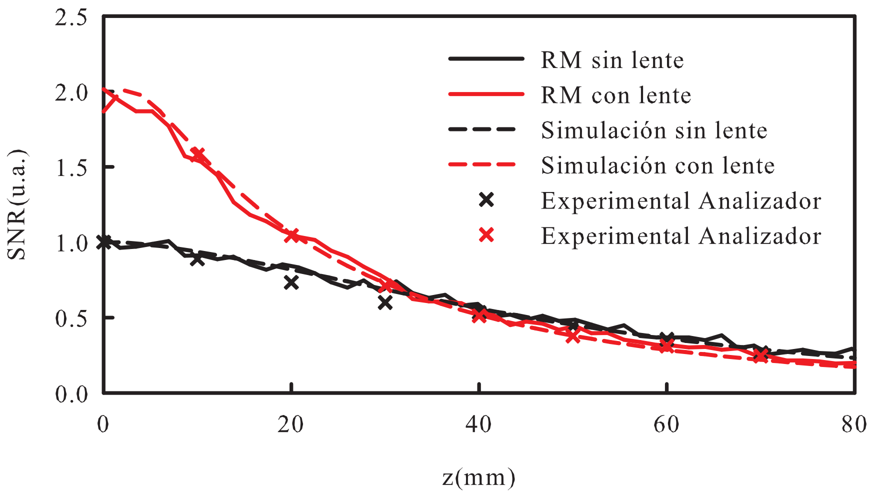

Figura 5.12: Perfil de SNR correspondiente a la Fig. 5.11.a sin lente MI (negro) y con lente MI (rojo). Línea continua: resultados obtenidos mediante un experimento de RM; cruces: resultados obtenidos a través de la medida en el laboratorio con el analizador de redes; línea discontinua: simulaciones numéricas obtenidas mediante el modelo discreto.

5.2.2. Dependencia de la razón señal-ruido con la frecuencia de Larmor

Como se ha comentado, una lámina de metamaterial basada en CLRs puede disponerse entre una bobina de superficie y una muestra para proporcionar un aumento de la sensibilidad de la bobina, pero produce además un incremento del ruido en la bobina debido a las pérdidas óhmicas en los CLRs. Como se ha visto, una lente de metamaterial basadas en CLRs puede incrementar el SNR proporcionado por la bobina de superficie si el aumento de la sensibilidad de la bobina es suficiente para compensar las pérdidas adicionales introducidas en la bobina por la lente. En la sección anterior se mostró un diseño óptimo basado en CLRs que permite minimizar las pérdidas introducidas por la lente, lo suficiente como para no compensar el aumento de la sensibilidad y así incrementar el SNR [34].

El diseño resultante [34] es más simple que el diseño de partida mostrado en [10] y consiste en un par de arreglos de CLRs paralelos (Fig. 5.11). Esta misma estructura fue estudiada anteriormente para imagen en el rango de las microondas [54] así como en el rango de RF [55],[56] y se denominó lente MI. En la sección anterior (ver Fig. 5.12) se demostró que el SNR proporcionado por una bobina en presencia de una lente MI es superior al SNR proporcionado por una bobina sin lente para distancias cortas y similar para largas distancias [34]. Mientras el SNR de una bobina de superficie aumenta con la amplitud del campo magnético estático [1],[11], esto es, con la frecuencia de operación, es preciso confirmar si esto también es cierto para bobinas de superficie en presencia de lentes de metamaterial. Hasta ahora, todas las simulaciones y experimentos se han realizado a la frecuencia de $= 63{,}63$ MHz correspondiente a la frecuencia de Larmor en un escáner de 1.5 T. Por tanto, resulta de interés investigar la capacidad de las lentes para diferentes frecuencias de Larmor en otros sistemas. El ruido introducido en una bobina de superficie por una muestra conductora en un experimento de RM convencional es la fuente de ruido dominante por encima del ruido generado por la metalización de la bobina al aumentar la frecuencia [44]. Esto se debe a que la resistencia de la muestra conductora es proporcional al cuadrado de la frecuencia, mientras que la resistencia en la bobina es proporcional a la raíz cuadrada de la frecuencia [53]. Esto también es aplicable a los anillos metálicos de cualquier estructura basada en CLRs, como la lente MI. Por tanto, es de esperar que en experimentos con lentes de metamaterial basadas en CLRs, al aumentar la frecuencia, el ruido procedente de la muestra aumentará más que el ruido procedente de la lente. Esto sugiere que la ganancia en el SNR proporcionado por la lente MI aumentará con la frecuencia. En la presente subsección se investiga, tanto numéricamente como experimentalmente, la capacidad de las lentes MI de incrementar el SNR de bobinas de superficie a diferentes frecuencias, en particular, a las frecuencias de Larmor correspondientes a sistemas de RM de 0.5 T, 1.5 T y 3 T, que son los más extendidos. El análisis numérico del SNR se realiza mediante el modelo discreto presentado en el capítulo 4 [34]. Para validar los resultados numéricos se presentan resultados experimentales obtenidos por dos vías distintas: en el laboratorio mediante un analizador de redes, y en escáneres o sistemas de RM. La configuración bajo análisis es la misma que se estudió en la sección anterior (Fig. 5.11). Una lente MI consistente en dos arreglos paralelos de 6×6 CLRs situada entre una bobina cuadrada y una muestra conductora. La periodicidad de los anillos es $a = 15$ mm y el area de cada arreglo de anillos es de 9×9 cm^2. Los arreglos están separados una distancia $h = 11$ mm. La bobina cuadrada tiene de lado $= 12$ cm, el ancho de pista es de 1 cm y está separada una distancia $s_1 = 7$ mm de la lente MI. La lente está a su vez separada una distancia $s_2 = 10$ mm de la superfice de la muestra conductora (distancia necesaria para evitar la aparición de artefactos asociados con las corrientes de RF en los CLRs). La muestra conductora consiste en un recipiente de $35 \times 30 \times 15$ cm^3 conteniendo una disolución salina de NaCl con $\sigma = 0{,}7\,\mathrm{S/m}$. Para el análisis numérico se considera un espacio conductor semiinfinito con la misma conductividad y y $\varepsilon = 70$. Al igual que en procedimientos anteriores, a efectos comparativos se estudia también una configuración sin lente con la bobina de superficie situada a una distancia de 7 mm de la muestra conductora. Se ha calculado el SNR proporcionado por la bobina en la configuración mostrada en la Fig. 5.11 en presencia y en ausencia de la lente a lo largo del eje de la bobina a las frecuencias de $21{,}3$ MHz, $63{,}63$ MHz y $123{,}24$ MHz, que corresponden a las frecuencias de Larmor en escáneres de 0.5 T, 1.5 Ty 3 T, respectivamente. La Fig. 5.13a-c muestra los resultados numéricos obtenidos para el SNR en la configuración descrita, con y sin lentes, a 0.5 T, 1.5 T y 3 T, respectivamente [38]. La curva negra corresponde al caso sin lente y la curva roja corresponde al caso con lente MI. Todos los resultados están dados en unidades arbitrarias (u.a.) y han sido normalizados al máximo valor de SNR proporcionado por la bobina en ausencia de lente MI. Las figuras muestran que, en general, la curva roja está por encima de la curva negra para distancias cortas y cruza a la curva negra a una distancia que aumenta con la intensidad del campo. En la figura se incluye una línea vertical discontinua para remarcar esta distancia. Los resultados demuestran que a 0.5 T (Fig. 5.13.a) la lente MI aumenta ligeramente el

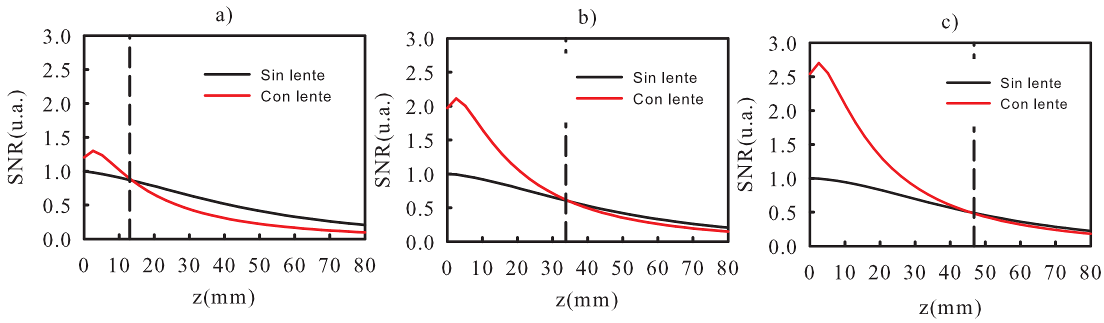

Figura 5.13: Resultados numéricos obtenidos para los perfiles de SNR a lo largo del eje de la bobina a (a) 0.5 T, (b) 1.5 T y (c) 3 T.

SNR para distancias cortas mientras que se degrada significativamente a distancias largas. A 1.5 T (Fig. 5.13.b) y a 3 T (Fig. 5.13.c) la lente MI también incrementa el SNR para distancias cortas pero no lo degrada para distancias largas. Además, la ganancia en el SNR a 3 T es mayor que a 1.5 T y se produce hasta una profundidad mayor que a 1.5 T. Por tanto, los resultados sugieren que las lentes MI pueden ayudar a mejorar el SNR de bobinas de superficie a 1.5 T y a 3 T, aunque no a 0.5 T [38]. Algunos autores han propuesto el uso de metamateriales basados en CLRs para operar a valores de campo tan bajos como 0.2 T [31], pero sin hacer ninguna consideración sobre el SNR. Los resultados mostrados en las Fig. 5.13.a-c indican que el uso de metamateriales basados en CLRs a frecuencias muy bajas darían lugar a una degradación excesiva en el SNR, empeorando la calidad de la imagen, por lo que lo propuesto en [31] no puede revestir interés práctico. En conclusión, los resultados numéricos confirman la hipótesis apuntada anteriormente acerca de la dependencia con la frecuencia de las pérdidas en la muestra y en la lente y sugieren un aumento del SNR al aumentar la amplitud del campo estático [38], en concreto en sistemas de más de 1 T. Aunque estas conclusiones se apoyan en el hecho de que el modelo discreto utilizado para realizar los cálculos que las sostienen ya ha sido validado anteriormente por medio de resultados experimentales a 1.5 T [34], cabe validar de nuevo estas conclusiones experimentalmente a 3 T. Por ello, a continuación se muestran resultados experimentales a 1.5 T y a 3 T, que son los que revisten interés práctico. Los resultados numéricos de las Fig. 5.13.b y c correspondientes a los casos de 1.5 T y 3 T se han confirmado por medio de experimentos de RM para la configuración que se muestra en la Fig. 5.11. Se han fabricado bobinas de recepción con las dimensiones mencionadas anteriormente. Las bobinas fueron sintonizadas a $63{,}63$ MHz (1.5 T) y a $123{,}24$ MHz (3 T) y adaptadas a $50\ \Omega$ en presencia y en ausencia de la correspondiente lente MI e incluyen un desacoplamiento activo por medio de un diodo PIN, una trampa sintonizada y un preamplificador de bajo ruido (detalles en apéndice C). El desacoplamiento activo de la bobina es de -25 dB para todos los casos. Las lentes MI usadas en los experimentos fueron fabricadas mediante fotograbado en sustrato FR4 de anillos con radio medio $4{,}935$ mm y ancho de pista $2{,}17$ mm. Los anillos incluyen condensadores no magnéticos (*American Technical Ceramics Corp. NY, USA*) de capacidad nominal 470 pF o 120 pF para operar a la frecuencia de $63{,}63$ MHz (1.5 T) o 120 MHz (3 T), respectivamente. Los experimentos se han realizado en un sistema de RM Siemens Avanto de 1.5 T (Siemens Medical Systems, Erlangen, Germany) y en un sistema de RM Siemens Skyra de 3 T (Siemens Medical Systems, Erlangen, Germany), ambos pertenecientes al Departamento de Física Experimental 5 (Biofísica) de la Universidad de Würzburg (Alemania). En cada experimento se han adquirido un mapa de señal así como otro mapa de ruido para cada caso mediante una secuencia gradiente-eco (TE= 10 ms, TR= 100 ms, FOV=300×300 mm^2, resolución 128×128, espesor de corte 3 mm). El SNR se calcula mediante el método de las multiréplicas [57]. La Fig. 5.14.a y b muestra los mapas de SNR calculados a partir de medidas experimentales en ausencia (arriba) y en presencia (centro) de lentes MI así como los perfiles de SNR (abajo) a lo largo del eje de la bobina para 1.5 T y 3 T. Los perfiles de SNR obtenidos numéricamente mostrados en la Fig. 5.13 se incluyen junto a los perfiles experimentales de la Fig. 5.14 para ambos casos, sin lente (negro) y con lente (rojo). El acuerdo entre los perfiles numéricos y experimentales validan los resultados de la Fig. 5.13: a 3 T la lente MI proporciona una ganancia del SNR mayor que a 1.5 T hasta una distancia superior [38]. Esto se debe a que las pérdidas introducidas en la bobina por la lente aumentan menos con la frecuencia que las pérdidas introducidas por la muestra conductora.

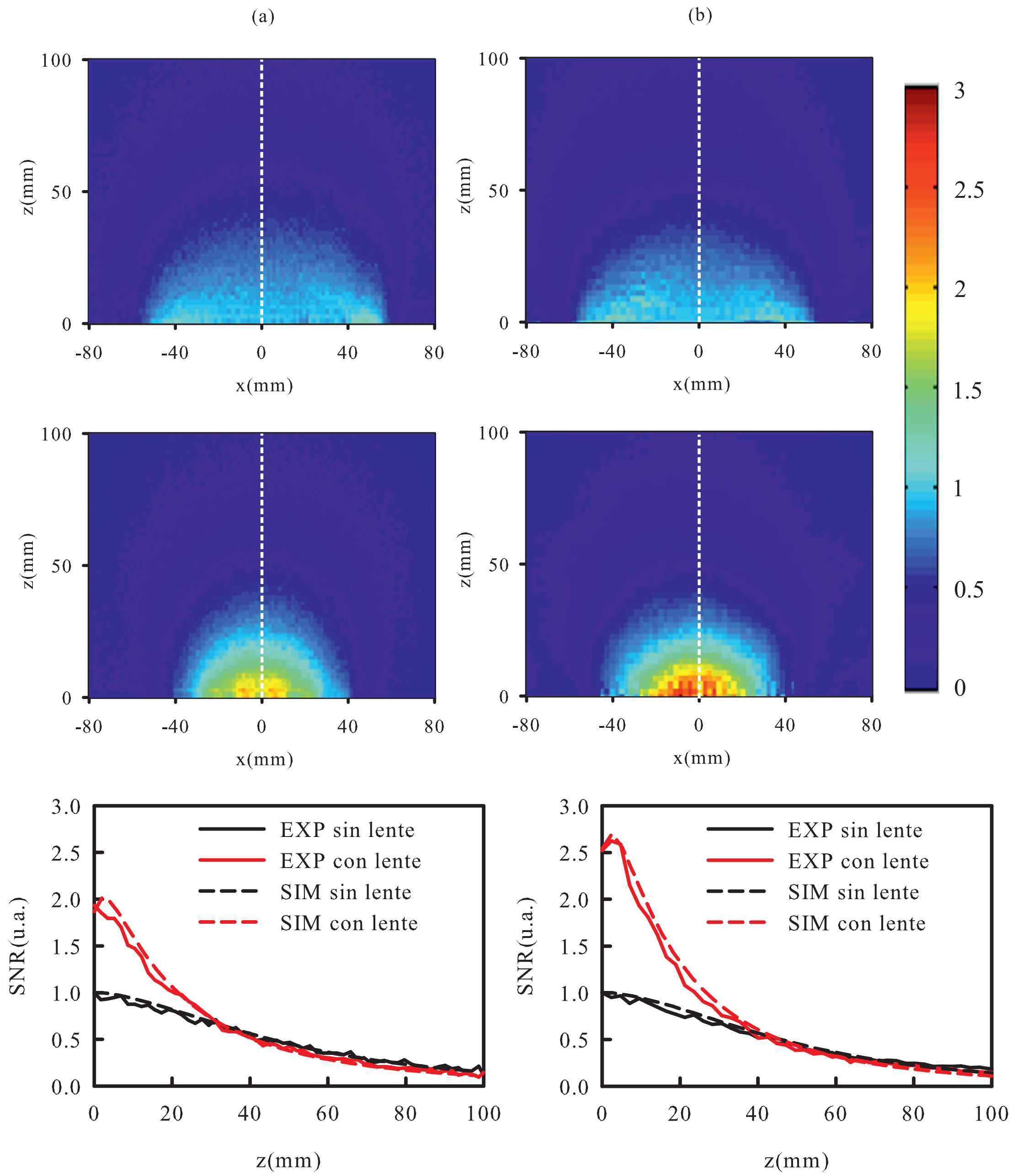

Figura 5.14: SNR obtenido a partir de experimentos de RM a (a) 1.5 T y (b) 3 T. Arriba: mapa de SNR sin lentes; centro: mapa de SNR con lentes; abajo: perfiles de SNR a lo largo del eje de la bobina (z) con lentes (rojo) y sin lentes (negro) para resultados experimentales (curva continua) y simulaciones numéricas con el modelo discreto (curva discontinua).

5.3. Contribución a la mejora de la razón señal-ruido de bobinas de superficie mediante láminas de metamaterial de permeabilidad nula y láminas de alta permeabilidad

En la sección anterior se llevó a cabo un proceso de optimización de la lente de $\mu = -1$ presentada en [10] hasta llegar a la lente MI [34]. Lentes MI de 6×6 celdas fueron fabricadas y testeadas en sistemas de RM demostrando su capacidad para mejorar el SNR obtenido mediante bobinas de superficie. Como se comentó en el capítulo 2, los metamateriales pueden ser diseñados para obtener cualquier valor de permeabilidad a la frecuencia de trabajo, no solo $\mu = -1$. En esta sección se exploran aplicaciones en RM de metamateriales basados en CLRs que presentan $\mu = 0$ o $\mu \to \infty$ a la frecuencia de trabajo. Láminas con $\mu = 0$ o $\mu \to \infty$ pueden expulsar o atraer hacia si, respectivamente, las líneas de campo magnético de radiofrecuencia (RF) generado por una bobina, como se ilustra esquemáticamente en la Fig. 5.15. Estas propiedades pueden dar lugar a un aumento local del SNR de bobinas de superficie en determinadas configuraciones [35] que son investigadas en esta sección. Al igual que ocurre con la lente MI, láminas con $\mu = 0$ o $\mu \to \infty$ pueden distorsionar este campo de excitación. Para evitarlo, es necesario implementar las láminas como medios no lineales capaces de mostrar un valor de

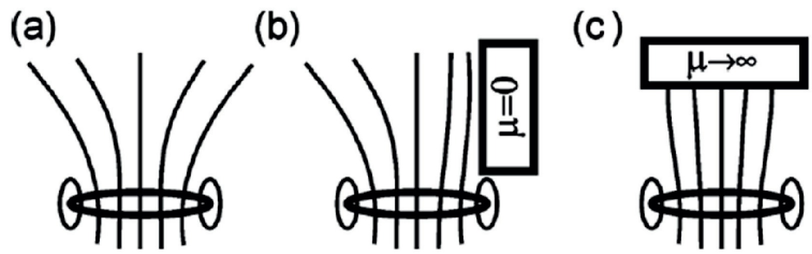

Figura 5.15: Esquema de las líneas de campo magnético para (a) una bobina de superficie (b) una lámina con $\mu = 0$ perpendicular la bobina, y (c) una lámina con $\mu \to \infty$ paralela a la bobina.

$\mu \simeq 1$ para el intenso campo de excitación y $\mu = 0$ o $\mu \to \infty$ para el débil campo procedente de los tejidos. En la práctica esto se consigue utilizando elementos no lineales que se comportan de manera diferente para campos intensos y débiles. En particular se utilizan un par de diodos cruzados en cada anillo de la lámina que solo permiten el paso de corriente para campos intensos. A partir del modelo homogéneo previamente desarrollado en [39], dos láminas de $6 \times 6 \times 1$ celdas con una periodicidad de 15 mm han sido diseñadas y fabricadas (ver Fig. 5.16) para mostrar $\mu = 0$ o $\mu \to \infty$ a la frecuencia de $63{,}63$ MHz. Como se mostrará más adelante, en los experimentos de RM llevados a cabo con estas láminas, la bobina se situa relativamente lejos de las láminas, por lo que el ruido introducido por las láminas en la bobina no es tan relevante como en los experimentos previos con láminas de $\mu = -1$ en los que la bobina sí se hallaba muy próxima. Por ello, para los experimentos con láminas de $\mu = 0$ y $\mu \to \infty$ no es necesario realizar un proceso de optimización de la estuctura como el llevado a cabo con láminas con $\mu = -1$. Así, tomando como punto de partida una estructura 3D, se ha optado por hacer uso de una estructura cerrada por ambas interfaces, por el mero hecho de dotarla de estabilidad mecánica, y con una sola celda unidad de espesor, por su simplicidad a la hora de fabricarla. Aunque una estructura con más celdas unidad de

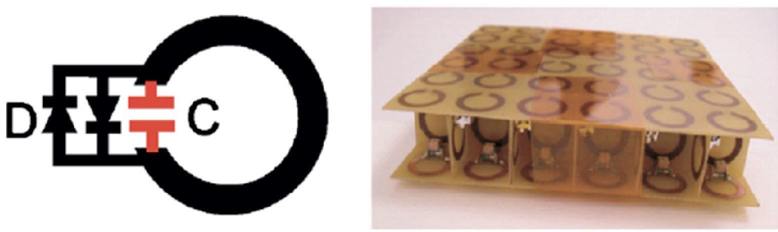

Figura 5.16: Esquema del elemento constituyente y fografía de las láminas de CLRs. Las láminas contienen 6x6x1 celdas con una periodicidad de 15 mm. La lámina con $\mu = 0$ ha sido fabricada con anillos de 12 mm de diámetro y $1{,}87$ mm de ancho de pista. La lámina con $\mu \to \infty$ ha sido fabricada con anillos de $11{,}8$ mm de diámetro y $1{,}7$ mm de ancho de pista. En ambos casos se usan condensadores no magnéticos de 470 pF. El par de diodos cruzados proporcionan el comportamiento no lineal deseado.

espesor es más susceptible de ser modelada como un medio efectivo que un estructura de una sola celda de espesor, sin embargo, los resultados experimentales que se presentarán más adelante demuestran que el comportamiento exhibido por una estructura con una sola celda unida de espesor es suficiente como prueba de concepto. La frecuencia de trabajo escogida de 63.63 MHz corresponde a la frecuencia de Larmor del sistema de RM Siemens Avanto de 1.5T (Siemens Medical Systems, Erlangen, Germany) del Departamento de Física Experimental 5 (Biofísica) de la Universidad de Würzburg (Alemania), donde se han realizado los experimentos. Se han fabricado láminas con $6 \times 6 \times 1$ anillos e interfaces cerradas, de periodicidad 15 mm. Los anillos que componen las láminas tienen 12 mm de diámetro y $1{,}87$ mm de ancho de pista para la lámina de $\mu = 0$, y $11{,}8$ mm de diametro y $1{,}7$ mm de ancho de pista para la lámina de $\mu \to \infty$. Cada anillo contiene un condensador no magnético de $470 \pm 1\,\%$ pF (*American Technical Ceramics Corp., NY, USA*) para que los anillos resuenen a una frecuencia inferior a $63{,}63$ MHz, y un par de diodos cruzados (*Microsemi Corp., CA, USA*) en paralelo con el condensador (Fig. 5.16). La frecuencia de resonancia de los anillos es $60{,}5$ MHz y $62{,}2$ MHz para los medios de $\mu = 0$ y $\mu \to \infty$, respectivamente. Bajo el intenso campo de excitación, la fuerza electromotriz inducida en los anillos de la lámina es sufieciente para permitir a los diodos conducir la corriente, de manera que cortocircuitan al condensador situado en paralelo y los elementos resonantes se comportan como simples anillos metálicos cerrados. Siguiendo el proceso de homogeneización descrito en [39], el valor de la permeabilidad calculado para este sistema de anillos metálicos cerrados es $\mu = 0{,}85$, valor muy próximo a la permeabilidad del aire. Una vez excitado el tejido, este reirradia un campo de RF muy débil incapaz de hacer conducir los diodos, de manera que los anillos se comportan como circuitos resonantes. En cada caso, la frecuencia de resonancia es tal que se obtiene $\mu = 0$ y $\mu \to \infty$ a la frecuencia de 63.6MHz. Dado que la capacidad de los condensadores está fijada, la frecuencia de resonancia se obtiene ajustando las dimensiones de los anillos, teniendo en cuenta la corrección que introduce la pequeña reactancia parásita de los diodos. En la Fig. 5.17 se muestra el montaje experimental diseñado para verificar la frecuencia de trabajo de cada lámina. En el experimento se introduce una lámina entre dos bobinas idénticas separadas una distancia igual a tres veces el espesor de la lámina. En la Fig. 5.18 se muestran las medidas del coeficiente de transmisión (S_{21}) obtenidas para la lámina con $\mu = 0$ (línea negra) y para la lámina con $\mu \to \infty$ (línea roja).

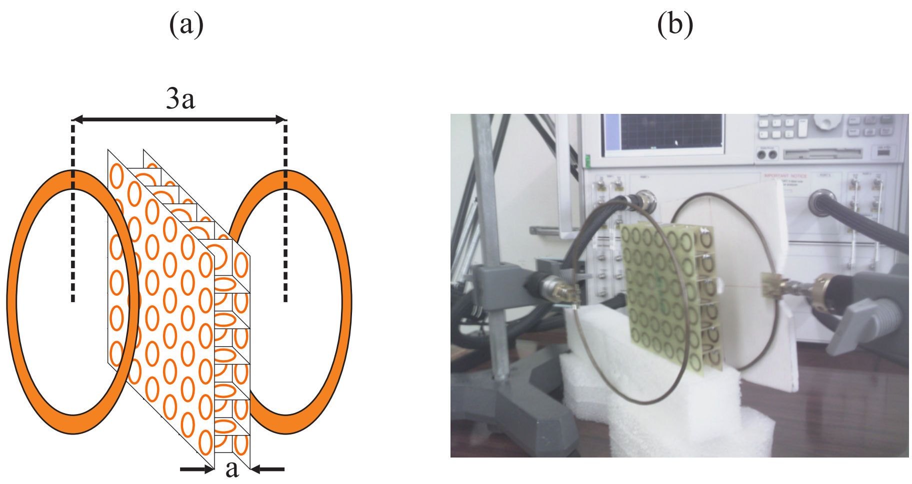

Figura 5.17: Esquema y fotografía del montaje experimental para la verificación de la frecuencia de trabajo.

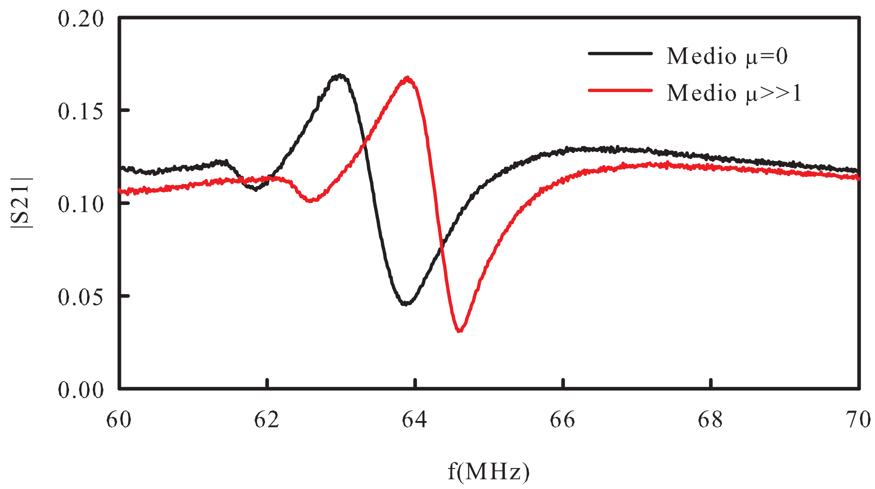

Figura 5.18: S_{21} medido para las láminas con $\mu = 0$ y $\mu \to \infty$

Estas medidas se han realizado haciendo uso de un analizador de redes E8363B Agilent Tecnologies. Los resultados obtenidos mediante la lámina con $\mu = 0$ muestran un mínimo de transmisión a la frecuencia deseada como consecuencia de que la lámina repele las lineas de campo magnético generadas por la bobina emisora. Por otro lado los resultados para la lámina con $\mu \to \infty$ muestran un máximo, como cabe esperar del hecho de que la lámina confina el flujo de RF que incide sobre ella. Por tanto, los medios descritos se comportan desde el punto de vista macroscópico como medios de $\mu = 0$ y $\mu \to \infty$. En estas medidas los diodos no conducen, y por tanto no suprimen el comportamiento esperado del metamaterial, debido a que las corrientes generadas por el analizador de redes en las bobinas del experimento producen campos muy débiles. Para demostrar las posibles aplicaciones en RM de los medios con $\mu = 0$ y $\mu \to \infty$ se ha realizado un experimento en el que se emplea una bobina cuadrada de 90 mm de lado y 10 mm de ancho de pista que funciona en recepción y un recipiente de $12 \times 12 \times 18$ cm^3 con hidroxietil celulosa dopada con 1.5g/l de $CuSO_4$ como muestra conductora. En cada caso la bobina está sintonizada a la frecuencia $63{,}63$ MHz y adaptada a 50 Ω en presencia de la muestra conductora y de la lámina correspondiente e incluyen desacoplamiento activo por medio de un diodo PIN, trampas sintonizadas y preamplificador de bajo ruido en transmisión (ver apéndice C). El desacoplamiento activo de la bobina es de -25 dB para todos los casos.

5.3.1. Láminas de permeabilidad nula ($\mu = 0$)

En el caso de $\mu = 0$, la lámina se posiciona de forma perpendicular a la bobina de superficie y está situada en uno de los laterales de la muestra conductora (ver Fig. 5.19.a), de forma que rechaza el flujo de campo magnético y queda confinado en el interior de la muestra conductora. Como consecuencia la señal procedente de la región cercana a la lámina con $\mu = 0$ debe aumentar. A partir de la medida de una serie de imágenes mediante secuencias FLASH (TE= 8 ms, TR= 500 ms, FOV=200×200 mm^2, resolución 256×256, espesor de corte 3 mm, ángulo de inclinación 30^{o}) se han calculado mapas de SNR, con y sin lámina de metamaterial.

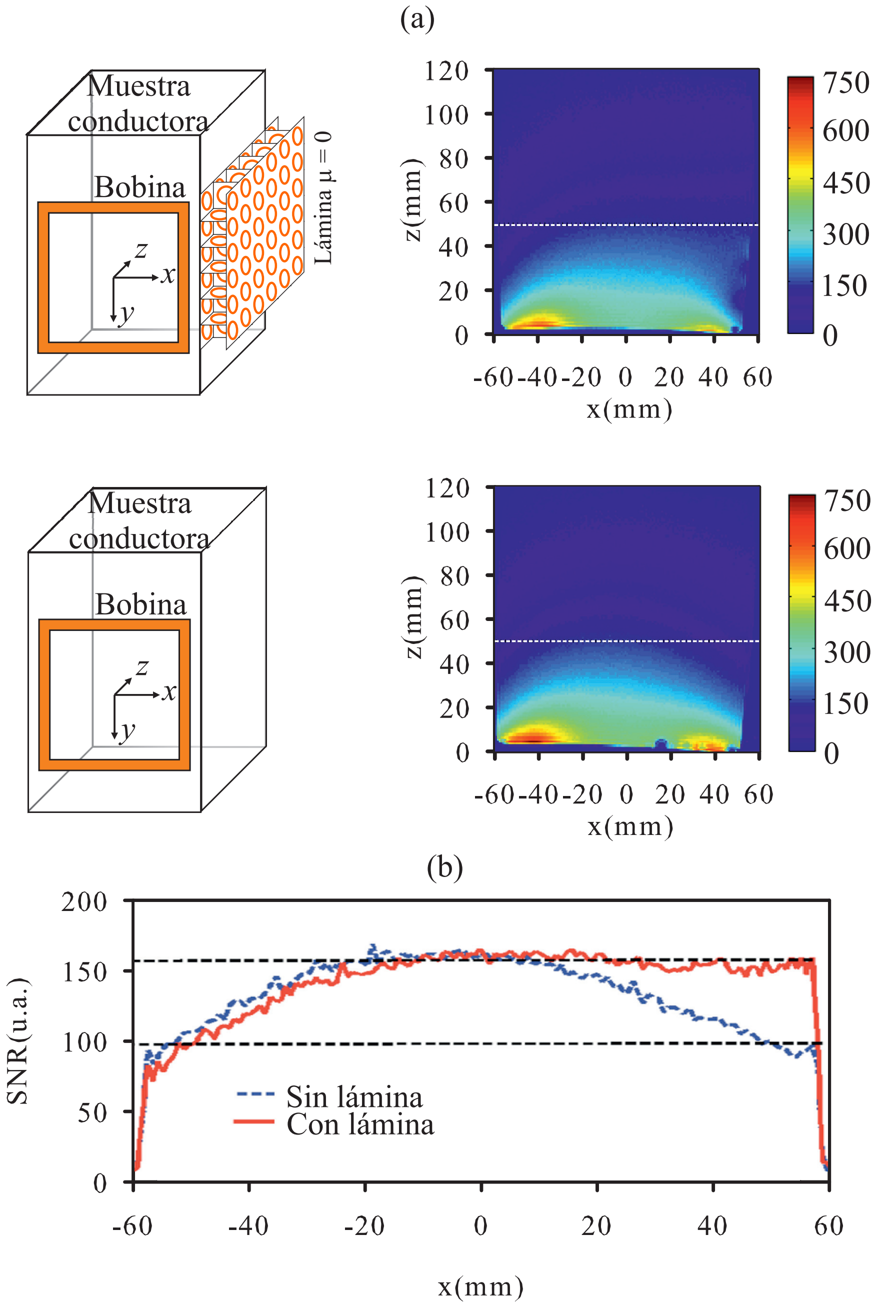

Figura 5.19: (a) Esquema del montaje experimental para el experimento con la lámina con $\mu = 0$. La lámina de metamaterial se posiciona de forma perpendicular a la bobina de superficie y está situada en uno de los laterales del phantom. (b) y (c) Mapas de SNR para la bobina en ausencia y en presencia, respectivamente, de una lámina con $\mu = 0$. (d) Perfil de SNR obtenido sobre la línea discontinua marcada en los mapas bidimensionales. Los mapas y los perfiles están en una la misma escala de unidades arbitrarias (u.a.).

Para ello se toma como señal el valor medio pixel a pixel de una serie de 100 imágenes y la desviación estándar como ruido [58]. El cociente pixel a pixel del valor medio y la desviación estándar permite obtener un mapa del SNR en el experimento [58]. Este método alternativo al método de las multiréplicas [57] es más preciso aunque también más costoso en cuanto al tiempo de adquisición, ya que se precisa una serie de al menos 100 imágenes, cada una de las cuales tiene un tiempo de adquisición del orden de los minutos. En la Fig. 5.19.b y c se muestran los mapas de SNR calculados obtenidos mediante una bobina de superficie en ausencia y en presencia, respectivamente, de una lámina con $\mu = 0$. Además, en la Fig. 5.19.d se comparan los perfiles de SNR a una profundidad $z = 50$ mm. La comparación entre los perfiles demuestra que el SNR aumentó un $64\,\%$ en el lado donde se encuentra la lámina de $\mu = 0$. Un segundo experimento se realiza con un voluntario y la lámina con $\mu = 0$ siguiendo el mismo esquema que en la Fig. 5.19.a.

Por último, la Fig. 5.20 muestra un segundo experimento en el que la misma bobina cuadrada de 90 mm de lado se sitúa sobre la rodilla de un voluntario para obtener la misma secuencia de imágenes con y sin lámina de $\mu = 0$ en un lateral de la rodilla. La Fig. 5.20 muestra los mapas de SNR obtenidos. Se puede observar como el SNR medido en presencia de la lámina con $\mu = 0$ es mayor en la región de la rodilla que se encuentra junto a la lámina, al igual que sucede en el experimento mostrado en la Fig. 5.19. En esta ocasión, los mapas de SNR se obtuvieron mediante el método de las multiréplicas [57], ya que la obtención de una serie elevada de imágenes [58] no es factible al tratarse de imágenes de un voluntario y no de un *phantom*.

5.3.2. Láminas de alta permeabilidad ($\mu \to \infty$)

En el caso del experimento realizado con la lámina con $\mu \to \infty$, la lámina se posiciona paralela a la bobina en el lado opuesto de la muestra conductora (ver Fig. 5.21.a), con el objetivo de guiar las líneas de campo a través de la muestra conductora. Como consecuencia la señal procedente de la región cercana a la lámina

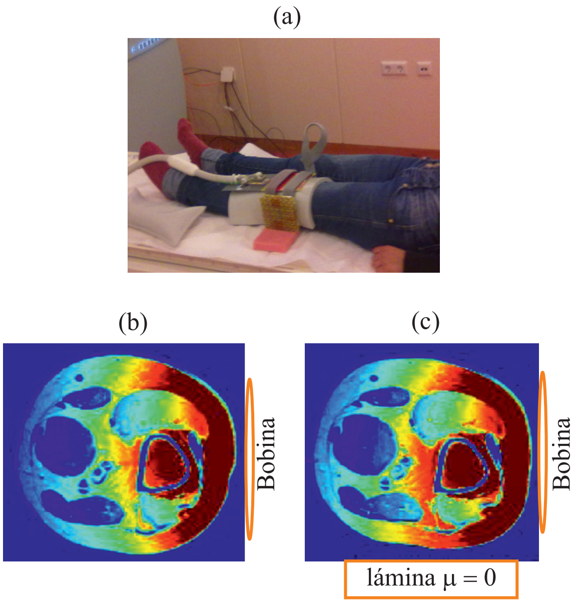

Figura 5.20: (a) Fotografía del experimento realizado empleando una bobina cuadrada sobre la rodilla de un voluntario con una lámina de $\mu = 0$. Mapas de SNR (b) en presencia y (c) en ausencia de un medio con $\mu = 0$ obtenidos sobre la rodilla del voluntario.

con $\mu \to \infty$ debe aumentar. De forma análoga al caso de $\mu = 0$, el SNR se calcula a través de la medida de una serie de imágenes mediante secuencias FLASH (TE= 8 ms, TR= 500 ms, FOV=200×200 mm^2, resolución 256×256, espesor de imágen 3 mm, ángulo de inclinación 30^o) [58] con y sin lámina de metamaterial. En la Fig. 5.21.b y c se muestran los mapas de SNR obtenidos en ausencia y en presencia, respectivamente, de la lámina con $\mu \to \infty$. Los perfiles de SNR a lo largo de las líneas discontinuas para $x = 0$ mm se comparan en la Fig. 5.21.d. La comparación entre los perfiles demuestra que el SNR aumenta por encima del $200\,\%$ en el lado donde se encuentra la lámina de $\mu \to \infty$.

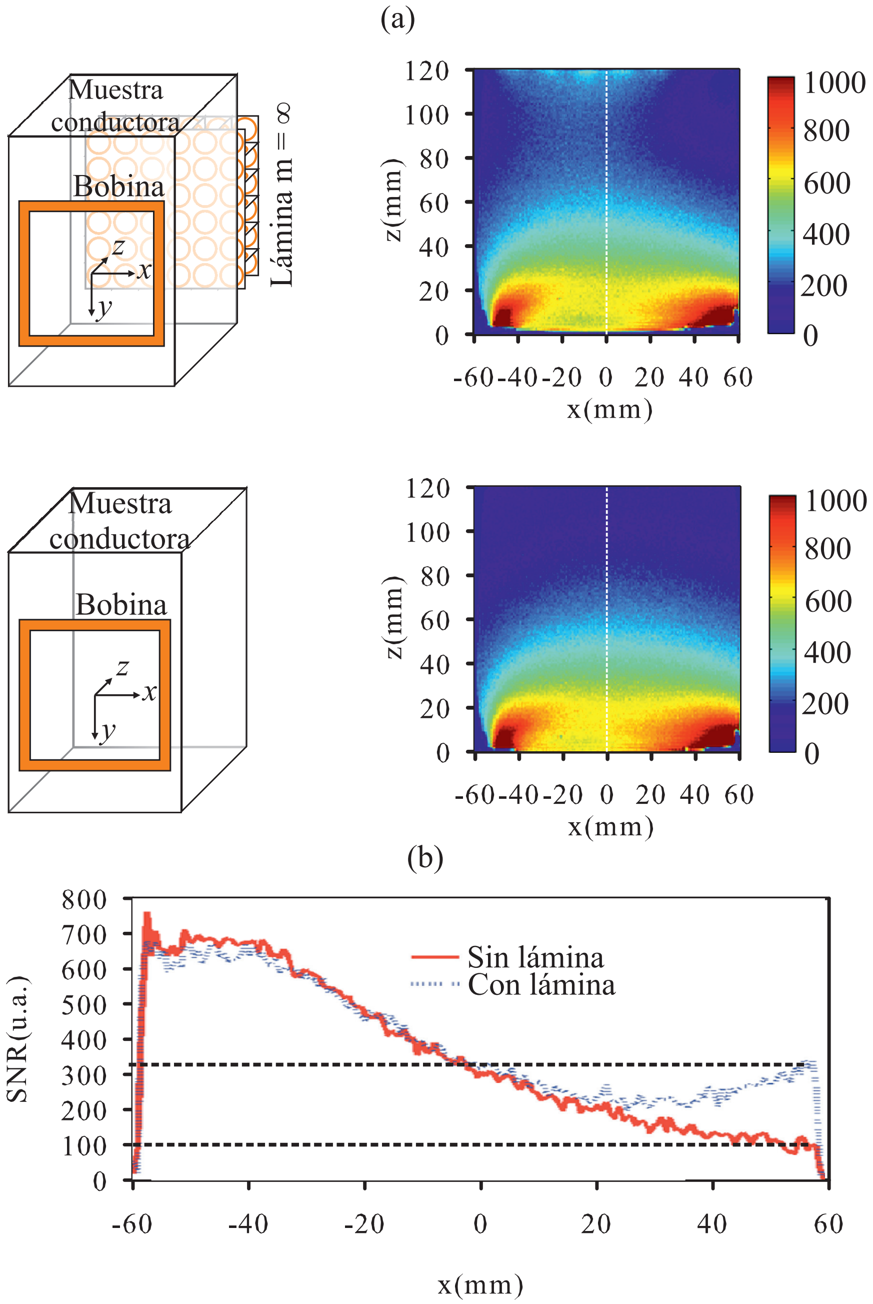

Figura 5.21: (a) Esquema del montaje experimental para el experimento con la lámina con $\mu \to \infty$. La lámina de metamaterial se posiciona de forma paralela a la bobina de superficie y está situada en el lado opuesto. (b) y (c) Mapas de SNR para la bobina en ausencia y en presencia, respectivamente, de una lámina con $\mu \to \infty$. (d) Perfil de SNR obtenido sobre la línea discontinua marcada en los mapas bidimensionales. Los mapas y los perfiles están en una la misma escala de unidades arbitrarias (u.a.).

5.4. Conclusiones

En el presente capítulo se ha llevado a cabo un estudio detallado del efecto que producen sobre el SNR de bobinas de superficie diferentes tipos de láminas de metamateriales basadas en CLRs. El modelo discreto [34] presentado en el capítulo 4 se ha utilizado para optimizar la estructura en [10]. El primer paso en el proceso de homogeneización ha sido la reducción del tamaño de la lente desde las $18 \times 18 \times 2$ celdas unidad originales hasta un tamaño de $6 \times 6 \times 2$ celdas unidad. El siguiente paso ha sido reducir el espesor de la lente obteniendose una lente de $6 \times 6 \times 1$ celdas unidad. Esta estructura se ha comparado con estructuras del mismo tamaño análogas a las presentadas en el capítulo 3. Se ha observado que desde el punto de vista del SNR la estructura cerrada con dos interfaces de CLRs es la que permite obtener mejor SNR en combinación con una bobina de superficie. Finalmente, se ha procedido a eliminar los anillos de la estructura orientados según las direcciones perpendiculares a la orientación de la bobina. Esta estructura consistente en dos superficies de anillos orientados según la dirección axial de la bobina, denominada préviamente como lente MI [54]-[56], resulta ser la que proprociona el mayor aumento de SNR obtenido mediante bobinas de superficie en experimentos de RM. Por tanto, se ha encontrado que la mejor opción de entre todas las estudiadas consiste en una lente MI de tamaño inferior al tamaño de la bobina [34]. Esta conclusión, a la que se ha llegado haciendo uso del modelo discreto discutido en el capítulo 4, ha sido confirmada experimentalmente mediante dos procedimientos de medida independientes: en el laboratorio mediante un analizador de redes, y a partir de imágenes de RM obtenidas en un escáner.

Una vez que se ha obtenido la estructura óptima se ha procedido a estudiar el comportamiento de esta misma estructura en función de la frecuencia de Larmor. Se han mostrado resultados numéricos del SNR proporcionado por una bobina de superficie en presencia de una lente MI a 0.5 T, 1.5 T y 3 T. Los resultados demuestran que las lentes MI aumentan de manera neta el SNR de bobinas de superficie a 1.5 T y a 3 T. Además, la ganancia en el SNR proporcionado por la lente a 3 T es mayor que a 1.5 T y este aumento se produce hasta una mayor profundidad de penetración en la muestra. Estas conclusiones han sido confirmadas experimentalmente mediante medidas efectuadas en escáneres de RM. Los resultados obtenidos sugieren investigar el diseño de lentes MI para sistemas más avanzados como el de 7 T, no comercializado debido a las regulaciones vigentes en materia de exposición a campos electromagnéticos pero empleado en investigación en neuroimagen.

En la última sección, los experimentos presentados demuestran como láminas de metamaterial basadas en anillos resonantes diseñadas para exhibir valores específicos de permeabilidad tales como $\mu = 0$ y $\mu \to \infty$, pueden aumentar en diferentes configuraciones el SNR en una imagen de RM. La ganancia en SNR podría mejorarse aún mediante una elección apropiada del tamaño de la bobina así como del tamaño de la muestra. Láminas con $\mu = 0$ pueden situarse alrededor de la muestra aumentando el SNR en los bordes de la misma, de manera que se obtenga un SNR homogéneo en todo el campo de visión de la bobina. En cuanto a la lámina con $\mu \to \infty$, aunque la ganancia en SNR obtenida podría no ser comparable a la proporcionada por otra bobina situada en la misma posición que la lámina, sí que puede resultar útil en sistemas de RM con un número limitado de canales o como complemento a un arreglo de bobinas.

Capítulo 6

Aplicación de los metamateriales magnéticos de anillos resonantes a la técnica de imagen médica por resonancia magnética en paralelo

6.1. Introducción

Como ya se ha comentado anteriormente, las figuras de mérito en la imagen de RM son el SNR y el tiempo de adquisición de la imagen. A lo largo de la evolución de la técnica de RM, los avances en la mejora del SNR han venido dados por el uso de campos magnéticos cada vez más intensos (el SNR es proporcional al campo magnético estático B_0 [11]). Así, los sistemas de RM comercializados para uso clínico abarcan desde 0.2 a 3 T, y aún cuando existen sistemas que alcanzan valores de campo más altos (7 T y 9.4 T para humanos [59], cuyo desarrollo se haya impulsado principalmente por investigaciones en neurociencia, y hasta 17.6 T para pequeños animales [60], para investigación farmacéutica), las actuales condiciones regulatorias referidas a la exposición a campos electromagnéticos (Directiva 2013/35/UE del Parlamento Europeo y del Consejo) no facilitan la comercialización de estos prototipos. Junto al incremento en el valor del campo estático, B_0, la introducción de arreglos de bobinas, o *phased arrays* [20], supuso también una innovación significativa. Una forma de obtener imágenes de regiones extensas consiste en utilizar una bobina de superficie de gran tamaño. Sin embargo, dado su tamaño, estas bobinas tienen el inconveniente de proporcionar un SNR muy pobre [19], dando lugar a una imagen de baja calidad. La calidad de las imágenes de RM experimentó un salto cualitativo a partir de la idea simple pero eficaz de sustituir una bobina de gran tamaño por un arreglo de bobinas más pequeñas que cubriesen el mismo área [20]. El arreglo proporciona un SNR elevado, similar al de una bobina pequeña, pero extendido a toda la región que cubre el arreglo [20]. Esto permitió obtener imágenes con un elevado SNR sobre regiones extensas.

El tiempo de adquisición de las imagen es otra de las figuras de mérito, como se ha mencionado. Mientras que la RM y el TAC (tomografía axial computerizada) son técnicas que proporcionan calidades de imagen similares (teniendo en cuenta que la RM se usa para imagen de tejidos blandos y el TAC para imagen de tejido duro), la RM adolece, en comparación con el TAC, de un tiempo de adquisición más elevado debido al procedimiento de adquisición de la imagen (no obstante, la RM presenta la ventaja de no hacer uso de radiaciones ionizantes, como sí hace el TAC). El procedimiento de adquisición de la imagen en RM se describió en detalle en el capítulo 1, pero resulta oportuno recordarlo aquí de nuevo brevemente para la discusión que se realiza más adelante. Como se explicó en el capítulo 1, la generación de imágenes de RM se basa en la detección de señales de RF absorbidas y reemitidas por los espínes de los núcleos de hidrógeno contenidos en la muestra de la que se desea adquirir imágenes. Por medio de gradientes de campo estático que se superponen al campo B_0 [11], estas señales se codifican espacialmente en fase y frecuencia. Así, el corte anatómico cuya imagen se desea obtener se subdivide en elementos de volumen o vóxeles [1], y se hace corresponder la posición de cada voxel dada por una pareja de coordenadas, como $x - y$ por ejemplo, con una pareja de valores de fase y frecuencia. En el capítulo 1 se demostró como las señales detectadas por la bobina receptora se corresponden con la transformada de Fourier de la distribución espacial 2D de la imanación de la muestra en el corte anatómico seleccionado. Estas señales se muestrean y se almacenan haciéndolas corresponder con parejas de valores en el plano espectral de Fourier, $k_x - k_y$. Como se explicó en el capítulo 1, cada valor del gradiente de codificación en fase aplicado, G_{cf}, se corresponde con un valor de k_y. Las muestras de la lectura de una señal a lo largo del tiempo de aplicación del gradiente de lectura o de codificación en frecuencia, G_l, se corresponden con valores de k_x a lo largo de una linea k_y en el plano $k_x - k_y$. Una vez obtenidas todas las muestras en el plano $k_x - k_y$, la transformada inversa de Fourier de estos valores arroja una imagen en el dominio espacial. La resolución que se obtiene en las dos direcciones de la imagen espacial viene dada por $\Delta x \propto (G_l \cdot \tau_l)^{-1}$, $\Delta y \propto (G_{cf} \cdot \tau_{cf})^{-1}$, donde τ_l y τ_{cf} son los tiempos que se mantienen aplicados los gradientes de lectura y de codificación de fase, respectivamente. Los valores de τ_l y τ_{cf} determinan el tiempo de adquisición de la imagen. Según las expresiones anteriores, para una resolución dada, el tiempo de adquisición puede reducirse incrementado el valor de los gradientes. Sin embargo, por razones de seguridad hay un límite superior para la intensidad de los gradientes (50-80 mT/m) debido a las corrientes de Foucault que la tasa de aplicación de estos gradientes, con frecuencias de kHz, inducen en el paciente [1],[11]. Este límite viene fijado por la normativa legal de exposición a campos electromagnéticos. Para salvar estas limitaciones, en la década pasada se introdujo una técnica para acelerar la adquisición de la imagen en RM que se denomina RM en paralelo (RMp), y que ha permitido aumentar significativamente la velocidad de adquisición de imágenes sin necesidad de aumentar los gradientes [4]-[9]. Como también se explicó en el capítulo 1, la RMp hace uso de arreglos de bobinas, pero no conectadas en serie entre sí para constituir un *phased array* sino conectadas cada una de ellas a un canal independiente de adquisición de forma que cada uno de los elementos del arreglo participa activamente en la obtención de la imagen. Se aprovecha la variación espacial de la sensibilidad de las bobinas para replicar las modulaciones que normalmente se producen por los gradientes de codificación de fase. De esta forma, solo es necesario medir una fracción de las líneas k_y de codificación de fase, lo que se traduce en la aplicación de un menor número de gradientes y por tanto en un menor tiempo de adquisición. A partir de las líneas medidas y de un algoritmo de reconstrucción se obtienen las líneas que fueron omitidas en el proceso de adquisición. La imagen así obtenida se denomina imagen acelerada frente a la imagen convencional que resulta de adquirir todas las lineas k_y en el proceso de medida. En las imágenes aceleradas, el número de lineas adquiridas en el plano $k_x - k_y$ se reduce por un factor R, denominado factor de aceleración (típicamente $R = 2$ o 3 [4]-[9]), que reduce el tiempo de adquisición por ese mismo factor. La relación pixel a pixel entre el SNR de una imagen acelerada, o SNR$_{ac}$, y el SNR obtenido mediante el procedimiento convencional, SNR$_{con}$, decrece como la raíz cuadrada del factor de aceleración R así como por un factor adicional conocido como factor geométrico o factor g [4]-[9]:

$$\frac{\mathrm{SNR}_{ac}(x,y)}{\mathrm{SNR}_{con}(x,y)} = \frac{1}{g(x,y)\sqrt{R}} \; . \tag{6.1}$$

El factor g es una función espacial que resulta en un incremento adicional en el ruido de la imagen acelerada debido a la propagación del ruido a través del método de reconstrucción de la imagen [4]-[9]. Matemáticamente, este efecto viene dado por la aparición explícita en las expresiones cerradas para el factor g [6],[8] de los coeficientes de correlación de ruido entre bobinas en un arreglo. Físicamente, la correlación de ruido proviene, desde el punto de vista del teorema de reciprocidad, del acoplamiento eléctrico entre bobinas [20]. El coeficiente de correlación de ruido entre dos bobinas se define como la reacción en el tejido entre el campo eléctrico producido por una bobina y las corrientes de Foucault asociadas con el campo eléctrico producido por la otra bobina [20]. Este campo eléctrico es esencialmente el campo no conservativo generado por los campos magnéticos de RF producidos por la corriente en la bobina, aunque también existe un campo conservativo producido por la acumulación de carga debida a la no uniformidad de la corriente [61], pero en la práctica este último campo se minimiza disponiendo condensadores de forma localizada a lo largo de la bobina [62],[63]. La correlación de ruido juega un papel fundamental en RMp debido a que contribuye a degradar el SNR total proporcionado por las bobinas del arreglo [20]. Como se discute explícitamente en [4], en la adquisición de imágenes mediante RMp es de gran utilidad que los patrones de sensibilidad de las bobinas en un arreglo no se solapen, esto es, que los campos de visión (o FOV por sus siglas en inglés *field of view*) de cada bobina estén muy localizados, ya que esto minimizará la reacción entre los campos eléctricos de bobinas adyacentes y con ello la correlación de ruido. En última instancia, esto reduce el factor g [6],[8] y por tanto mejora el SNR de la imagen acelerada. Es en relación a este punto en el que los metamateriales pueden contribuir a una aplicación en RMp y esto constituye el objeto del presente capítulo. Como se vio en el capítulo 3, las láminas de metamaterial de anillos resonantes o CLRs (del inglés *capcitively-loaded rings*) actuando como lentes con $\mu = -1$ pueden resolver el campo magnético de RF creado por dos fuentes si estas se hallan separadas una distancia mínima que constituye la resolución de la lente. En el capítulo 3 se demostró que en el caso de estructuras periódicas como la mostrada en [10], esta resolución era del orden de seis celdas unidad. Por tanto, estas lentes pueden ser empleadas para reducir el solapamiento de los FOVs de dos bobinas adyacentes situadas en un arreglo. Esto puede ser de utilidad en la técnica de RMp si la distancia entre los centros de las dos bobinas es mayor que la resolución mínima de la lente con la que se combinan. Así, en el presente capítulo se realiza un estudio detallado de la aplicación de lentes con $\mu = -1$ en la adquisición de imagen mediante la técnica de RMp. En primer lugar se lleva a cabo un estudio experimental para constatar la capacidad de la lentes de $\mu = -1$ para localizar el FOV de bobinas en un arreglo. Este estudio se realiza a partir de imágenes obtenidas en un escáner de RM. A continuación se realiza un análisis teórico de la correlación de ruido y del factor g proporcionado por estas lentes en combinación con la técnica de RMp denominada GRAPPA [8],[9], y se obtienen resultados numéricos que se validan mediante resultados experimentales obtenidos en el laboratorio y en escáneres de RM.

6.2. Localización del campo de visión de bobinas de RM mediante lentes de metamaterial

Como ya se ha señalado, en el capítulo 3 se realizó un análisis experimental de la resolución de la lente mostrada en [10]. Este análisis se llevo a cabo a partir de la medida del campo magnético de RF generado por dos pequeñas espiras a través de la lente y se constató que ambas fuentes podían resolverse claramente si la distancia entre ellas era de 6 celdas unidad, por lo que esta distancia constituía la resolución mínima de esta lente [41]. La lente mostrada en [10] consistía en una estructura periódica CLRs con $18 \times 18 \times 2$ celdas unidad y periodicidad 1.5 cm, por lo que una resolución de 6 celdas unidad corresponde a una distancia de 9 cm. En la presente seción se muestran los resultados de la investigación realizada [36] acerca de la capacidad de este tipo de lente para distinguir los FOVs de bobinas de RM en un arreglo. Esta investigación se llevó a cabo mediante experimentos efectuados en un escáner de RM en los que la lente se combinó con arreglos de dos bobinas cuadradas dispuestas una junto a la otra, de manera que la distancia entre los centros de las dos bobinas coincidía con la longitud del lado de las mismas. Los experimentos se llevaron a cabo para áreas de bobina mayor y menor que 9×9 cm^2 [36], esto es, para distancias entre centros de bobinas menores y mayores que 9 cm, que corresponde a la resolución de la lente. Los experimentos realizados con bobinas cuadradas de lado inferior a 9 cm no mostraron ninguna mejora en la localización del FOV, aunque sí aquellos efectuados con bobinas con lados mayores que 9 cm, lo que está en acuerdo con los resultados para la resolución mostrados en el capítulo 3 [41]. Así, en la presente sección se muestran los resultados obtenidos para un arreglo de dos bobinas cuadradas de lado mayor que 9 cm, en concreto, con un área de 12×12 cm^2 [36]. La Fig. 6.1.a muestra la configuración analizada. En esta configuración, la lente mostrada en [10] se dispone entre una muestra y el arreglo de dos bobinas. El arreglo de bobinas se sitúa a 7 mm de la lente, y ésta se dispone a la misma distancia de la muestra conductora (para evitar la aparición en la imagen de la muestra del artefacto debido al carácter discreto de la lente ya discutido en el capítulo anterior).

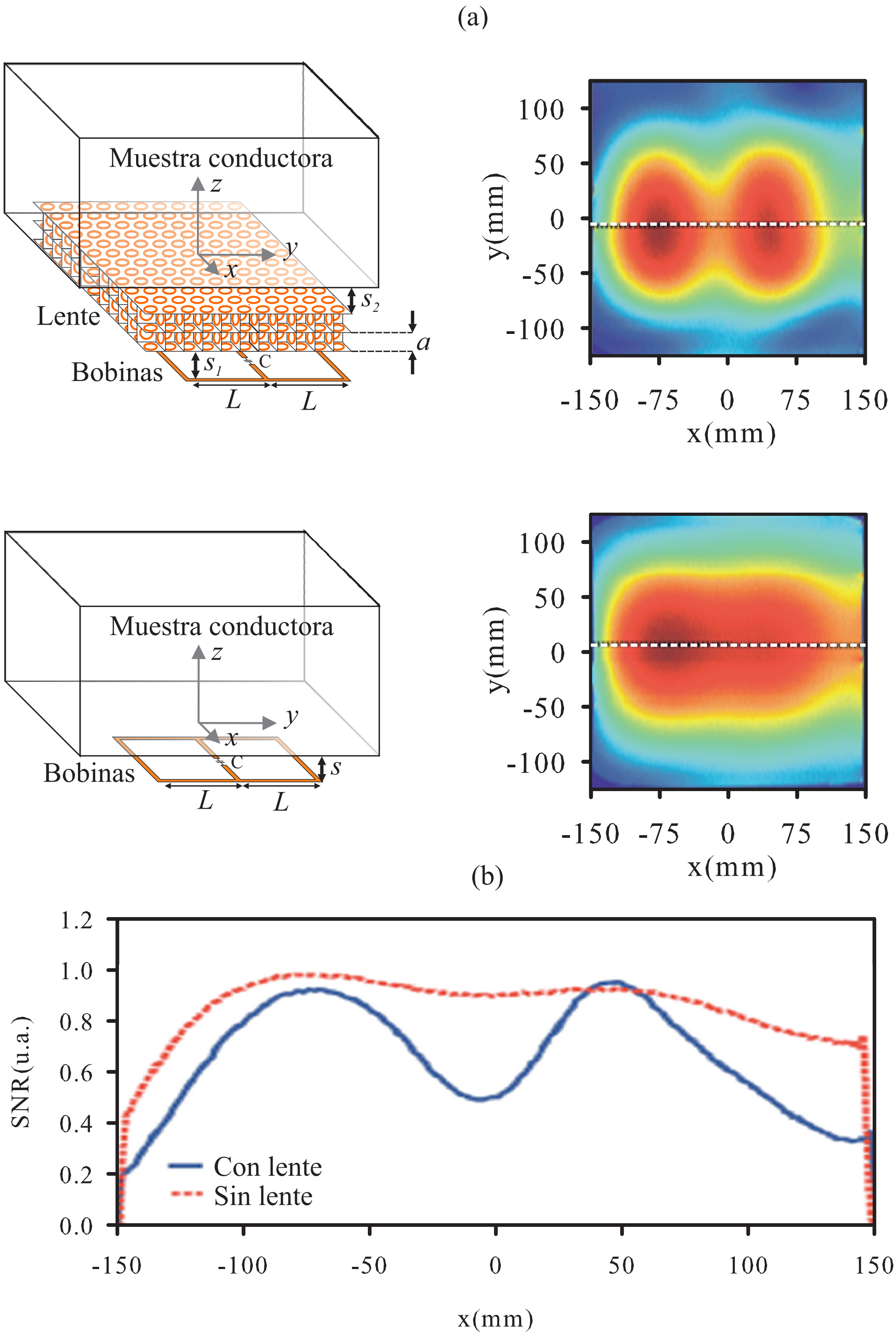

Figura 6.1: (a) Esquema del experimento de RM y medidas del SNR a 6 cm de profundidad en una muestra conductora formada por una solución salina en presencia de la lente y en ausencia de la lente. (b) Perfil de SNR a lo largo de la línea discontinua mostrada en (a).

La muestra consistía en una solución salina de $30 \times 25 \times 15$ cm^3 con conductividad $0{,}7$ S/m. A efectos de comparación se analizó también la configuración mostrada en la Fig. 6.1.b en la que la lente se elimina y el arreglo se dispone a 7 mm de la muestra (como tambien se ha mencionado en capítulos anteriores, esta pequeña separación da cuenta del encapsulado en las bobinas comerciales). Para llevar a cabo ambos experimentos se fabricaron dos arreglos de bobinas, uno de los cuales se combinaba con la lente. Cada bobina se sintonizó a la frecuencia de $63{,}63$ MHz correspondiente a la frecuencia de Larmor del escáner de 1.5 T utilizado en los experimentos (sistema Siemens Avanto de 1.5 T del Departamento de Física Experimental 5, Biofísica, de la Universidad de Würzburg, Alemania). Las bobinas se adaptaron a 50Ω en presencia de la muestra conductora e incluían un desacoplamiento activo a través de un diodo PIN en transmisión y una trampa sintonizada, así como un preamplificador de bajo ruido (ver detalles de esto en Apéndice C). A diferencia de experimentos de RM descritos en capítulos anteriores, en los que se hacía uso de una sola bobina, el uso de arreglos de bobinas requiere de una serie de ajustes adicionales en la fabricación. Al sintonizar dos bobinas a la misma frecuencia y disponerlas luego de manera muy próxima entre sí, se produce un desdoblamiento en la frecuencia de resonancia como consecuencia de la inducción mutua entre las bobinas. Esto se traduce en una reducción de la señal recibida en las bobinas a la frecuencia a la cual se habían sintonizado originalmente. Para evitar esto, en la práctica las bobinas han de estar desacopladas magnéticamente entre sí [20]. En los arreglos empleados en este experimento, el desacoplo viene dado por una técnica habitual en el campo de la RM que consiste en disponer las bobinas de manera tal que compartan una pista en la que se ha insertado un condensador que cancela la reactancia debida a la inducción mutua [64]. Esta técnica se denomina de desacoplo capacitivo [64]. Con este procedimiento, el desacoplamiento entre los dos elementos que componen los arreglos era inferior a -25 dB en cada caso. La Fig. 6.1.a muestra a la derecha los resultados experimentales obtenidos para ambas configuraciones, esto es, con lente y sin lente. La magnitud mostrada consiste en mapas de SNR en un plano paralelo al plano que contiene al arreglo y situado a una profundidad de 6 cm. Los mapas de SNR se obtuvieron a partir de una serie de imágenes obtenidas mediante secuencias turbo espín eco, siguiendo el procedimiento ya descrito en el capítulo anterior en el que la señal y el ruido vienen dados por el valor medio y la desviación estándard, respectivamente, pixel a pixel [58]. La Fig. 6.1.b muestra el perfil de SNR a lo largo de la línea discontinua mostrada en la Fig. 6.1.a. En general, debido al ruido adicional introducido por la lente, el SNR medido en presencia de la lente es un 40 % inferior al SNR medido con las bobinas dispuestas directamente sobre la muestra conductora. Con el objeto de poder comparar ambos perfiles en la Fig. 6.1.b el SNR mostrado para ambos casos, con y sin lente, se ha normalizado al máximo valor obtenido, que corresponde al caso sin lentes [36]. Los resultados muestran que el uso de la lente permite distinguir el patrón de sensibilidad de las dos bobinas del arreglo a una distancia a la cual en ausencia de la lente los patrones de sensibilidad se solapan y se hacen menos distinguibles. Se concluye pues que la lente puede proporcionar una mejor localización del FOV de cada bobina.

Como se ha comentado, el SNR absoluto obtenido en el experimento en presencia de la lente era un 40 % inferior [36]. Ello se debe a que, como ya se discutió en detalle en capítulos anteriores, el SNR se degrada significativamente debido al ruido adicional introducido por la lente [36]. Así, aunque se ha demostrado que la lente mejora la localización del FOV de bobinas adyacentes, una aplicación práctica para RMp requiere resolver el problema de la degradación del SNR. En el capítulo 5 se llevó a cabo un proceso de optimización del SNR proporcionado por láminas de CLRs haciendo uso del modelo discreto mostrado en el capítulo 4 y partiendo de la estructura de la lente mostrada en [10], esto es, la misma estructura empleada en los resultados de la Fig. 6.1. El proceso de optimización condujo hasta una estructura consistente en dos superficies de anillos orientados según la dirección axial de la bobina [34], denominada en trabajos previos como lente magnetoinductiva (MI) [54]-[56]. Teniendo esto presente, a continuación se llevó a cabo un nuevo experimento de RM haciendo uso de lentes MI para comprobar la capacidad de las mismas para proporcionar localización en el FOV sin degradar el SNR de las bobinas. Así, la Fig. 6.2. muestra los resultados de este experimento. En éste, la lente extensa de $18 \times 18 \times 2$ del experimento anterior se ha sutituido por dos lentes MI de tamaño inferior a las bobinas del arreglo (ver Fig. 6.2.a). En este punto cabe recordar la discusión efectuada en el capítulo anterior acerca del efecto de reducir el tamaño de la lente en relación al tamaño de la bobina. El campo magnético generado por las bobinas tiene un lóbulo principal y lóbulos laterales (ver Fig. 5.6). Si el campo magnético producido por una bobina se descompone en sus armónicos de Fourier, el lóbulo principal estará representado por los armónicos bajos mientras que los lóbulos laterales por los armónicos altos, correspondientes a las fuertes variaciones espaciales del campo magnético. Como se demostró en el capítulo 3, la función de transferencia de lentes de metamateriales basadas en CLRs [40], [41] muestra que estos dispositivos se comportan como filtros paso baja impidiendo la propagación de armónicos altos. Además, los armónicos altos relacionados con los lóbulos laterales introducen muchas pérdidas en la lente, aumentando el ruido. Por tanto, era conveniente reducir el área de la lente a un tamaño inferior al tamaño de la bobina para reducir el ruido. Además, dado que los lóbulos laterales son los principales responsables de la correlación de ruido [8] entre bobinas adyacentes, también resulta conveniente transmitir únicamente el lóbulo principal para aplicaciones en RMp. Con las lentes MI de tamaño reducido, el lóbulo principal se transfiere a la muestra conductora pero no así los lóbulos laterales, que se atenúan rápidamente en el espacio situado entre la bobina y la muestra [37]. En ausencia de lente las bobinas están muy cerca de la muestra conductora y los lóbulos laterales penetrarán en la muestra, aumentando así la correlación de ruido. Para el experimento se diseñaron y fabricaron dos lentes MI con 6×6 CLRs con frecuencia de trabajo $63{,}63$ MHz (1.5 T). La periodicidad de los CLRs es de 15 mm y el área de cada arreglo 2D de CLRs es de 9×9 cm^2 (el tamaño de las bobinas es de 12×12 cm^2), estando separados los dos arreglos paralelos de anillos 11 mm. Cada CLR está formado por un anillo conductor de radio externo $r = 6{,}02$ mm y ancho de pista $w = 2{,}17$ mm que contiene un condensador no magnético de capacidad $470 \pm 1\,\%$ pF (*American Technical Ceramics Corp., NY, USA*) y un par de diodos cruzados (*Microsemi*

Corp., CA, USA) en paralelo con el condensador.

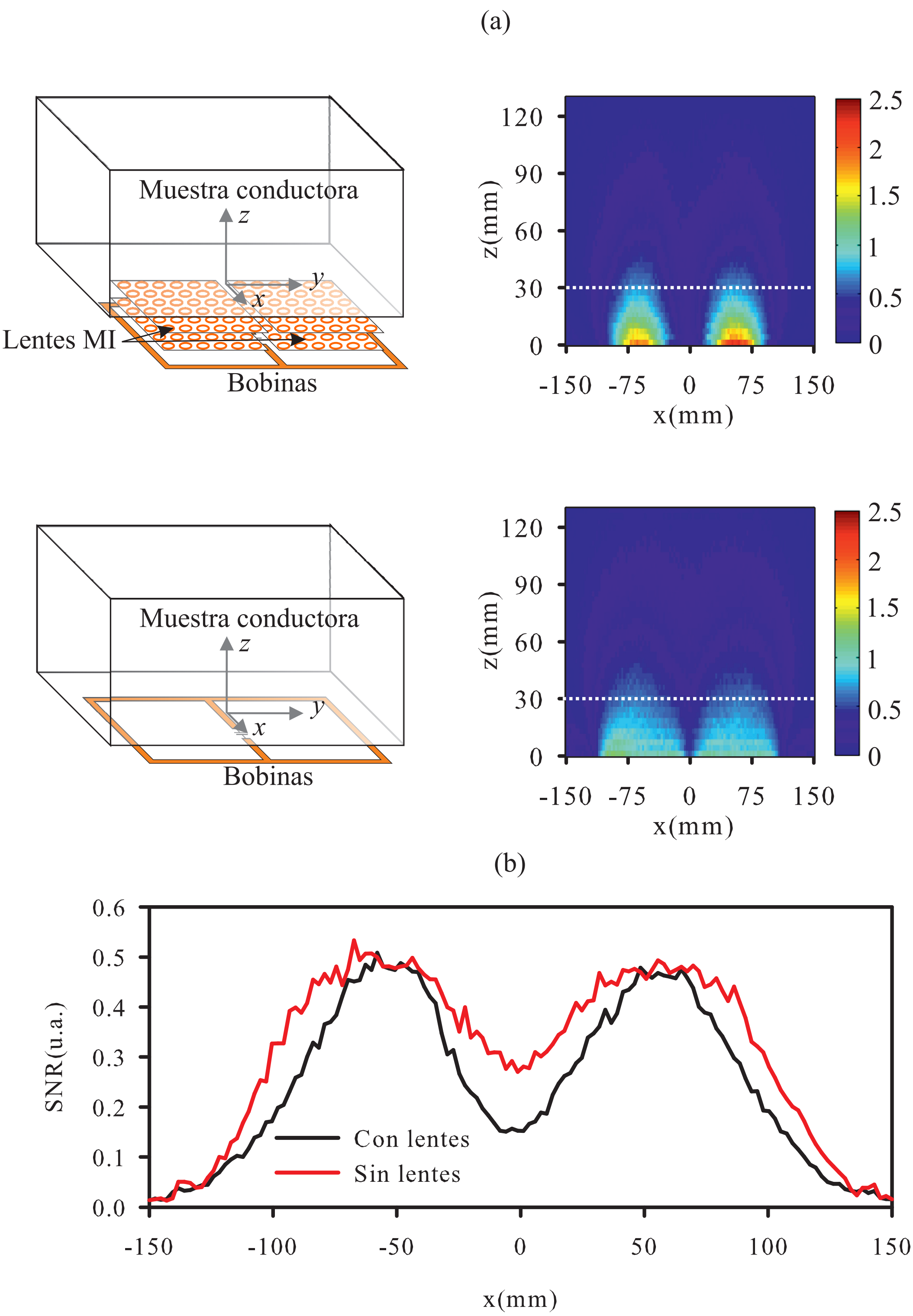

Figura 6.2: (a) Esquema del experimento de RM y medidas del SNR en una muestra conductora formada por una solución salina en presencia de la lente y en ausencia de la lente. (b) Perfil de SNR a lo largo de la línea discontinua mostrada en (a) a 3 cm de profundidad.

Se fabricaron dos arreglos de bobinas receptoras, cada una de tamaño 12×12 cm^2, uno de los cuales se combina con las lentes MI. Los arreglos de bobinas se fabricaron de manera análoga al experimento anterior (ver detalles de fabricación en Apéndice C). Para el experimento presente se adquirió un mapa de señal así como otro mapa de ruido para cada caso mediante una secuencia gradiente-eco (TE= 10 ms, TR= 100 ms, FOV=300×300 mm^2, resolución 128×128, espesor de imagen 3 mm) y el SNR se calculó mediante el método de las multiréplicas [57]. Al igual que en el experimento anterior, todas las imágenes de RM se adquirieron en el sistema de RM Siemens Avanto de 1.5 T (Siemens Medical Systems, Erlangen, Germany) del Departamento de Física Experimental 5 (Biofísica) de la Universidad de Würzburg (Alemania). La Fig. 6.2.a muestra una comparación de los mapas de SNR obtenidos en un plano perpendicular a las bobinas que contiene los centros de ambas bobinas. La Fig. 6.2.b muestra el perfil de SNR a lo largo de la línea discontinua mostrada en la Fig. 6.2.a a una profundidad de 3 cm. En esta ocasión, dado que las lentes MI no degradan el SNR, no ha sido necesario normalizar los perfiles mostrados en la Fig. 6.2.b para hacerlos equiparables en magnitud sino que las curvas que se muestran corresponden a los valores directamente obtenidos en el análisis. Los resultados muestran la capacidad de las lentes MI para mejorar la localización del FOV de las bobinas que componen el arreglo [37] sin degradar el SNR. Más aún, para distancias cortas, el SNR proporcionado usando lentes MI es mayor que el SNR obtenido sin lentes [37], tal y como ya se observó en el capítulo anterior [34]. Esto es una clara mejora en comparación con los resultados obtenidos en el experimento anterior. Se concluye entonces que las lentes MI permiten localizar el FOV en arreglos de bobinas al tiempo que aumentar el SNR. Como se indicó al comienzo del capítulo, localizar el FOV puede permitir reducir la correlación de ruido para así reducir el factor g y con ello mejorar el SNR en la imagen acelerada. En las secciones siguientes se procede a analizar en detalle el efecto de las lentes MI en el factor g.

6.3. Análisis de la correlación de ruido en arreglos de bobinas combinadas con lentes de metamaterial

En la sección anterior se realizó un estudio experimental de la capacidad de las lentes basadas en CLRs para mejorar la localización del FOV de bobinas en un arreglo, lo cual es de especial interés para aplicaciones en RMp [4]. En particular, se ha demostrado la capacidad de lentes MI para mejorar la localización del FOV sin degradar el SNR [36],[37], sino incrementándolo en una región próxima a la lente. El objetivo de la presente sección es profundizar en el estudio de las capacidades de las lentes de metamaterial en RMp mediante el análisis de la correlación de ruido y su relación con el factor g en arreglos de bobinas con lentes basadas en CLRs. Antes de describir en detalle el procedimiento llevado a cabo en esta sección, conviene efectuar una serie de precisiones. Así, conviene tener presente que, en general, el diseño de arreglos de bobinas de superficie para RMp requiere prestar atención a dos factores importantes: la inducción mutua y la correlación de ruido entre los diferentes elementos o bobinas que componen el arreglo. La inducción mutua proviene del acoplamiento magnético entre las bobinas. Las bobinas de un arreglo deben resonar todas a la misma frecuencia, la frecuencia de Larmor. Por tanto, para prevenir el desdoblamiento en la frecuencia de resonancia es necesario cancelar la inductancia mutua. Existen diferentes métodos que permiten cancelar la inductancia mutua: solapamiento entre bobinas adyacentes de forma que el flujo magnético sea cero [20], redes capacitivas o inductivas dispuestas entre bobinas que cancelan la reactancia inductiva mutua entre las bobinas [42],[43] (como es el caso en los experimentos mostrados en la sección anterior), y el uso de preamplificadores de baja impedancia de entrada que ayudan a reducir la inductancia mutua entre bobinas no adyacentes [20] (el apéndice B discute estos métodos en detalle). Por otro lado, la correlación de ruido proviene del acoplamiento eléctrico entre bobinas. Como ya se ha comentado, el coeficiente de correlación de ruido entre dos bobinas se define como la reacción en el tejido entre el campo eléctrico producido por una bobina y las corrientes de Foucault asociadas con el campo eléctrico producido por la otra bobina. Como se ha mencionado, el acoplamiento magnético entre bobinas en un arreglo se puede cancelar por medio de diferentes técnicas [20],[42],[43]. Cabe señalar que el acoplamiento eléctrico puede existir incluso cuando el acoplamiento magnético ha sido cancelado [20]. Esto fue señalado originalmente por Roemer en [20], y aunque parecía estar en conflicto con otras interpretaciones [65], finalmente la controversia fue resuelta [66] a favor de Roemer. Cabe añadir también que tanto el acoplamiento magnético como el acoplamiento eléctrico entre bobinas adyacentes se pueden cancelar simultáneamente por medio de un circuito de desacoplamiento inductivo que compensa tanto la componente resistiva como la reactiva de la impedancia mutua [67], aunque como contrapartida se incrementa el ruido en la bobina debido a la resistencia introducida por el circuito de desacoplo. Como ya se ha comentado, tras la reconstrucción de la imagen en RMp el SNR decrece como la raíz cuadrada del factor de aceleración R así como por el factor adicional conocido como factor geométrico o factor g [4]-[9]. El factor g da cuenta del aumento de ruido adicional debido a la propagación de ruido a través del método de reconstrucción empleado y depende de la capacidad de codificación del arreglo de bobinas empleado. El coeficiente de correlación de ruido aparece explícitamente en las aproximaciones analíticas para el factor g dadas para las dos principales técnicas de reconstrucción en RMp y que son SENSE [6] y GRAPPA [8], ambas implementadas en el *software* de la mayoría de los escáneres comercializados.

El coeficiente de correlación de ruido, R_{ij}, entre dos bobinas pertenecientes a un arreglo se puede calcular evaluando la siguiente integral sobre el volumen que ocupa la muestra conductora [20]:

$$R_{ij} = \sigma \int_V \vec{E}_i(x,y,z) \cdot \vec{E}_j^*(x,y,z) dV, \tag{6.2}$$

donde σ es la conductividad de la muestra, y $\vec{E}_i(x,y,z)$ y $\vec{E}_j(x,y,z)$ son los campos eléctricos generados por las bobinas i y j, respectivamente. R_{ii} representa la resistencia de la bobina i aislada y da cuenta de la potencia disipada por las corrientes de Foucault inducidas por la bobina en la muestra [45]. El valor de la integral (6.2) puede ser positivo o negativo según la orientación relativa de las bobinas, de forma similar a lo que ocurre con la inductancia mutua. Para ilustrar esto, en la Fig. 6.3 se muestra un esquema de las líneas de campo eléctrico y magnético producido por dos bobinas en configuración coaxial (Fig. 6.3.a) y coplanar (Fig. 6.3.b).

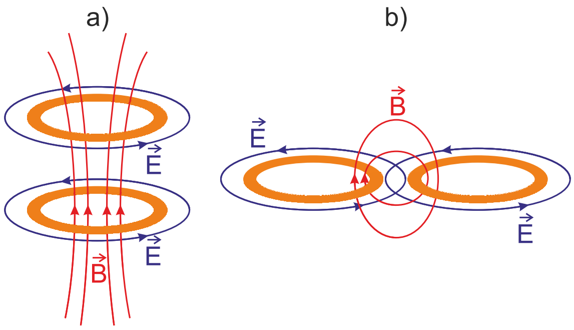

Figura 6.3: Esquema de dos bobinas en (a) configuración axial y (b) configuración coplanar. El esquema muestra algunas líneas del campo eléctrico y del campo magnético.

En el esquema se asume que la corriente eléctrica en ambas bobinas fluye en el mismo sentido. En la configuración axial (Fig. 6.3.a) tanto la inductancia mutua como el coeficiente de correlación de ruido son positivos. En la configuración coplanar (Fig. 6.3.b), asumiendo que las bobinas están suficientemente alejadas, tanto la inductancia mutua como el coeficiente de correlación de ruido son negativos. En el caso del coeficiente de correlación de ruido, éste es negativo debido a que la contribución principal en la integral (6.2) vendría de la reacción negativa entre campos eléctricos opuestos en la región comprendida entre las bobinas. La técnica más empleada para obtener una imagen a partir de un arreglo de bobinas es la denominada suma de cuadrados (o SOS por sus siglas en inglés *sum of squares*) [20], que consiste en obtener los valores de los píxeles en la imagen completa a partir del valor cuadrático medio de las señales proporcionadas por cada una de las bobinas. Si las bobinas están magnéticamente desacopladas, el SNR obtenido mediante esta técnica se puede expresar a partir de las señales obtenida por cada bobina como [20]:

$$\mathrm{SNR} = \sqrt{\overline{p}^T \cdot \overline{\overline{R}}^{-1} \cdot \overline{p}}, \tag{6.3}$$

donde $\overline{p}$ es un vector que contiene las señales recibidas en cada bobina para un pixel dado y $\overline{\overline{R}}$ es la matriz de correlación de ruido cuyos elementos son los coeficientes R_{ij}. En el caso particular de un arreglo de dos bobinas, la expresión (6.3) se reduce a:

$$\mathrm{SNR} = \sqrt{\frac{\frac{{p_1}^2}{R_{11}} + \frac{{p_2}^2}{R_{22}} - \frac{{k_e}^2}{R_{12}} p_1 {p_2}^* - \frac{{k_e}^2}{R_{12}} {p_1}^* p_2}{1 - {k_e}^2}}. \tag{6.4}$$

En esta expresión, $k_e = R_{12}/\sqrt{R_{11}R_{22}}$ es el coeficiente de acoplamiento eléctrico, coeficiente análogo al de acoplamiento magnético en circuitos magnéticamente acoplados [20], y ${p_i}^2/R_{ii}$ da cuenta del cuadrado del SNR de una bobina aislada en la posición del pixel de acuerdo con la definición del SNR como la relación entre el campo magnético por unidad de corriente generado por una bobina en la posición del pixel y la raíz cuadrada de la resistencia en la bobina [45]. De la ecuación anterior se deduce que valores negativos para R_{12} (o k_e) darían lugar a un incremento en el SNR. Roemer calculó el valor de k_e para dos bobinas en configuración coplanar en función de la distancia entre los centros de las bobinas [20]. Los resultados de Roemer [20] muestran que k_e es positivo para bobinas separadas distancias correspondiente a configuraciones típicas como bobinas solapadas [20] o bobinas desacopladas capacitivamente [42], [64].

Como se ha comentado a comienzo de la sección, el objetivo es analizar el coeficiente de correlación que se obtiene en un arreglo de bobinas al introducir lentes de metamaterial entre el arreglo y la muestra. Para ello se ha desarrollado un método numérico que permite calcular los coeficientes de correlación en un arreglo de bobinas en combinación con lentes de metamaterial basadas en CLRs en presencia de un medio conductor semiinfinito que da cuenta del tejido humano. El método numérico desarrollado se valida comparando los valores calculados con resultados experimentales obtenidos a partir de medidas de impedancia en un analizador de redes [20] y a partir de medidas efectuadas en un sistema de RM. Con este método numérico se ha encontrado que en las configuraciones típicas de arreglos de bobinas en las que el desacoplo magnético viene dado por solapamiento [20] o por desacoplo capacitivo [42], [64], el coeficiente de correlación de ruido entre bobinas adyacentes se hace negativo en presencia de lentes de CLRs

[68]. En arreglos de bobinas convencionales, esto es, sin lentes de metamaterial, el coeficiente de correlación de ruido es positivo para distancias entre bobinas correspondientes a las situaciones prácticas mencionadas [20] y negativo para bobinas muy alejadas entre sí [69]. En la presente sección se demuestra además mediante datos experimentales que el efecto del coeficiente de correlación negativo proporcionado por las lentes es el de reducir el factor g y con ello aumentar el SNR de la imagen acelerada.

Para el análisis numérico que se quiere llevar a cabo correspondiente a un arreglo de dos bobinas idénticas, conviene reescribir la ecuación (6.2) como

$$R_{12} = \frac{\sigma}{4}\int_V |\vec{E}_1 + \vec{E}_2|^2 dV - \frac{\sigma}{4}\int_V |\vec{E}_1 - \vec{E}_2|^2 dV = \frac{R_a - R_o}{4} \tag{6.5}$$

$$R_{11} = R_{22} = \frac{\sigma}{4}\int_V |\vec{E}_1 + \vec{E}_2|^2 dV + \frac{\sigma}{4}\int_V |\vec{E}_1 - \vec{E}_2|^2 dV = \frac{R_a + R_o}{4} \tag{6.6}$$

donde se han introducido los términos R_a y R_o asociados con la suma $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ y la diferencia $\vec{E}_1 - \vec{E}_2$, respectivamente. Si las dos bobinas del arreglo son idénticas, R_a y R_o representan la resistencia asociada a corrientes idénticas en fase en ambas bobinas o en contrafase, respectivamente. En el análisis numérico y experimental que nos ocupa, las cantidades que se obtienen de forma directa son R_a y R_o y a partir de ellas se obtiene el coeficiente de correlación R_{12}. En efecto, R_a y R_o son cantidades que pueden obtenerse experimentalmente de forma directa a partir de la parte real de la impedancia medida en un arreglo de dos bobinas idénticas conectadas en serie de tal manera que las corrientes se hallen en fase o en contrafase. Este procedimiento experimental fue descrito originalmente por Roemer [20]. Así, los subíndices en R_a y R_o responden a la terminología introducida por Roemer para designar a las corrientes en fase o en contrafase como *series adding* o *series opposing*, respectivamente. Para el cálculo de R_a y R_o en presencia de lentes de metamaterial basadas en CLRs, es necesario calcular los campos $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ y $\vec{E}_1 - \vec{E}_2$ producidos por las bobinas y por las lentes así como hay que tener en cuenta la contribución de la propia lente a R_a y R_o. Así, el cálculo de R_{ij} se realiza haciendo uso del modelo discreto presentado en el capítulo 4 para el cálculo del SNR de una bobina en presencia de una lámina de metamaterial constituida por

CLRs y de un espacio conductor semiinfinito [34]. Al igual que en el caso de una sola bobina presentado en el capítulo 4, el método de cálculo se divide en dos partes. Primero se calcula la contribución de las lentes a R_a y R_o y posteriormente se calcula la contribución de los campos $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ y $\vec{E}_1 - \vec{E}_2$ en la muestra. Para obtener la contribución de las lentes se resuelve la ecuación matricial $\overline{\overline{Z}} \cdot \overline{I} = \overline{V}$, donde $\overline{\overline{Z}}$ es la matriz de impedancias del sistema con $(N+2) \times (N+2)$ elementos, incluyendo las dos bobinas y los N anillos de la lámina de metamaterial; $\overline{I}$ es el vector de corrientes eléctricas y $\overline{V}$ es el vector de tensiones eléctricas. Dado que se desea calcular las resistencias en serie de las bobinas en fase y en contrafase se impone que las intensidades asociadas a las bobinas sean $I_1 = I_2 = 1$ A o $I_1 = -I_2 = 1$ A, resultando desconocidas las tensiones asociadas V_1 y V_2 en cada caso. Por tanto, en el vector $\overline{V}$ se impone el valor 0 para los anillos siendo desconocidos los valores asociados a las bobinas y en el vector $\overline{I}$ se impone $I_1 = I_2 = 1$ A o $I_1 = -I_2 = 1$ A, según si es en fase o en contrafase, siendo desconocidos los valores asociados con los anillos. Por tanto, la ecuación matricial puede reescribirse como

$$\begin{pmatrix} -Z_{11} \mp Z_{12} \\ -Z_{21} \mp Z_{22} \\ -Z_{31} \mp Z_{32} \\ \vdots \\ -Z_{N+2,1} \mp Z_{N+2,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & Z_{1,3} & \cdots & Z_{1,N+2} \\ 0 & -1 & Z_{2,3} & \cdots & Z_{2,N+2} \\ 0 & 0 & Z_{3,3} & \cdots & Z_{3,N+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & Z_{N+2,3} & \cdots & Z_{N+2,N+2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_{N+2} \end{pmatrix}, \tag{6.7}$$

donde para el término independiente se tiene $-Z_{i1} - Z_{i2}$ o $-Z_{i1} + Z_{i2}$ según si es el caso en fase o en contrafase, respectivamente. Al igual que en el caso de una sola bobina analizado en el capítulo 4 donde se describe el modelo discreto, los elementos diagonales de la matriz de impedancias, $Z_{ii} = R_i + j\omega L_i + 1/j\omega C_i$, corresponden a la impedancia de los anillos y de la bobina, y contienen la frecuencia angular ω, la resistencia R_i, la autoinducción L_i y la capacidad C_i de cada elemento. Todos estos parámetros se pueden medir experimentalmente y, por tanto, se toman como parámetros de entrada. En particular, C_i se toma como el valor de capacidad nominal de los condensadores utilizados en los CLRs, mientras que L_i y R_i se obtienen a partir de medidas de la frecuencia de resonancia y del factor de calidad de los CLRs [56]. Los elementos no diagonales $Z_{ij} = j\omega M_{ij}$ dependen de la inductancia mutua M_{ij} entre los anillos de la lámina de metamaterial y entre las bobinas y los anillos de la lámina. La inductancia mutua entre los elementos i y j se calcula haciendo uso de la fórmula de Neumann para corrientes filiformes dada por la ecuación (4.44). Conocidos todos los elementos del sistema matricial se obtiene la solución mediante el método LU [49]. Una vez se ha resuelto el sistema matricial, la contribución de las lentes a la resistencias en serie para cada caso se obtiene como

$$R_{a,l} = \mathrm{Re}[V_1/I_1 + V2/I_2] \tag{6.8}$$

o

$$R_{o,l} = \mathrm{Re}[V_1/I_1 - V2/I_2], \tag{6.9}$$

donde se ha tenido en cuenta el correspondiente signo en la intensidad de corriente para los casos en fase y en contrafase. Una vez obtenida la contribución de las lentes a la resistencia en serie de las bobinas tanto en fase como en contrafase se procede a calcular la contribución de la muestra conductora. Para ello se calculan los campos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ en el espacio conductor semiinfinito mediante el método descrito en el capítulo 4 [34]. De nuevo para cada bobina se resuelve la ecuación matricial $\overline{\overline{Z}} \cdot \overline{I} = \overline{V}$ para las corrientes en los anillos y en la propia bobina imponiendo ahora un voltaje de 1 V en la bobina y cero en los anillos. La ecuación matricial se resuelve mediante el método LU [49]. Una vez conocidas las corrientes eléctricas sobre los anillos y sobre la bobina se calcula el potencial vector generado por las corrientes como $\vec{A} = \sum_{i=1}^{N+1} \vec{A}_i$, donde cada sumando se calcula mediante las expresiones (4.6) y (4.9) según si el elemento es circular o cuadrado. El campo eléctrico resultante es $\vec{E} = j\omega\vec{A}$. Con este método, los campos en fase y en contrafase se obtienen por medio de la suma o resta, respectivamente, de los campos calculados para cada bobina. Las resistencias de las bobinas en serie asociadas al medio conductor, $R_{a,c}$ y $R_{o,c}$, se calculan integrando los campos resultantes en el espacio semiinfinito. Finalmente, la resistencia total en serie de las bobinas se obtiene como la suma de las contribuciones asociadas tanto a la lente como al medio conductor

$$R_a = R_{a,l} + R_{a,c} \tag{6.10}$$

y

$$R_o = R_{o,l} + R_{o,c}. \tag{6.11}$$

Una vez R_a y R_o han sido calculados, las expresiones (6.5) y (6.6) proporcionan el coeficiente de correlación de ruido, R_{12}, y las resistencias, R_{11} y R_{22}, respectivamente. El método descrito ha sido comprobado por medio de la comparación de resultados numéricos con resultados experimentales obtenidos mediante un arreglo de dos bobinas en dos configuraciones prácticas diferentes: para dos bobinas solapadas [20] y para dos bobinas desacopladas capacitivamente [42], [64] y, siguiendo dos métodos experimentales independientes.

1) Medidas del coeficiente de acoplo eléctrico $k_e = R_{12}/R_{11}$ mediante un analizador de redes: Para validar el método numérico decrito se ha planteado una primera comparación con el método experimental propuesto por Roemer [20]. La Fig. 6.4.a muestra el esquema de la configuración usada para el experimento.

Para el experimento se han fabricado dos arreglos de dos bobinas. En cada areglo, las bobinas cuadradas de tamaño 12×12 cm^2 se solapan parcialmente hasta cancelar su inductancia mutua [20]. Dos lentes MI como las empleadas en secciones anteriores [37] se disponen entre las bobinas y una muestra conductora ($\sigma = 0{,}7$ S/m) en uno de los arreglos. La distancia entre las bobinas y las lentes y entre las lentes y la muestra es de 7 mm. Las dos bobinas se cortan en el punto donde sus pistas se solapan y se conectan según que la configuración corresponda a estar en fase o en contrafase como se muestra en la Fig. 6.4.b [20]. En las dos configuraciones se mide la impedancia de entrada con y sin lentes MI, y con las bobinas en fase o en contrafase, lo que permite obtener una medida directa de R_a y R_o para los diferentes casos. Las medidas se han realizado mediante un analizador vectorial de redes E8363B de *Agilent Technologies*. En cada caso las bobinas de cada arreglo se sintonizan a la frecuencia de $63{,}63$ MHz. Las tablas muestran la comparación entre los resultados numéricos y experimentales para R_a y R_o así

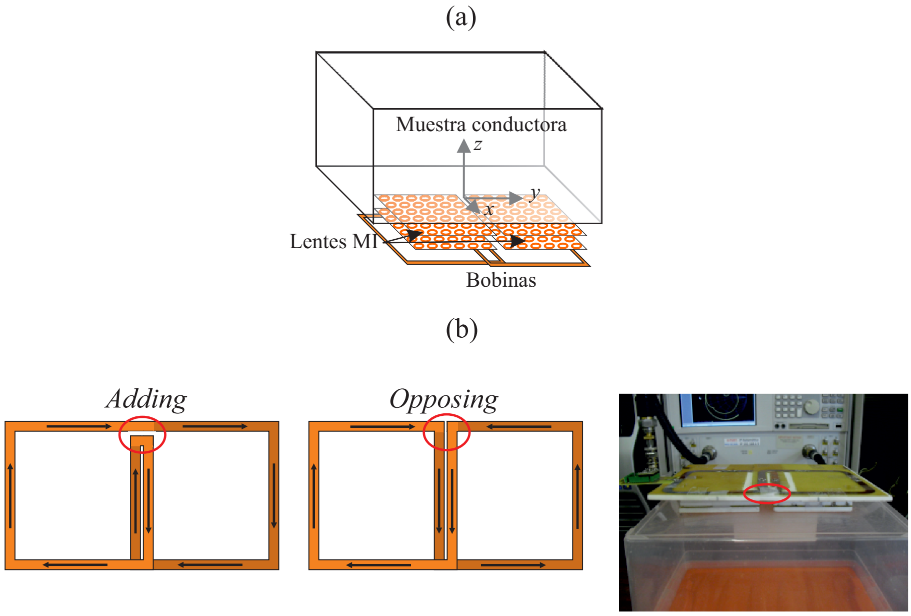

Figura 6.4: Procedimiento experimental para la medida del coeficiente de correlación de ruido. (a) Esquema de la estructura simulada. (b) Fotografía del montaje experimental y esquemas de la configuración en fase y en contrafase.

como los valores correspondientes obtenidos para R_{11}, R_{12} y k_e. Los resultados de las tablas muestran un buen acuerdo entre la teoría y los experimentos para el caso con lentes. Para el caso sin lentes el acuerdo es excelente. Como conclusión relevante, de los resultados se desprende que el coeficiente de correlación se torna negativo en presencia de las lentes.

Cuadro 6.1: Configuración sin lentes MI

Dato	$R_a(\Omega)$	$R_o(\Omega)$	$R_{11}(\Omega)$	$R_{12}(\Omega)$	k_{12}
Numérico	19.4	13.5	8.22	1.49	0.18
Experimental	20.0	13.0	8.25	1.49	0.18

2) Medidas del coeficiente de acoplo eléctrico $k_e = R_{12}/R_{11}$ en un sistema de RM: Para reforzar la validez de la conclusión anterior se ha seguido un segundo método experimental independiente del anterior que se basa en la obtención de imágenes de RM en un escáner. Para el experimento se han empleado las lentes MI

Cuadro 6.2: Configuración con lentes MI

Dato	$R_a(\Omega)$	$R_o(\Omega)$	$R_{11}(\Omega)$	$R_{12}(\Omega)$	k_{12}
Numérico	33.0	51.1	21.0	-4.52	-0.22
Experimental	33.0	56.0	22.8	-5.75	-0.25

del apartado anterior y arreglos de dos bobinas de 12×12 cm^2 desacopladas capacitivamente [64]. Para cada experimento se realiza un muestreo del ruido correspondientes a las dos bobinas que forman el arreglo. El muestreo se realiza de forma análoga al muestreo de los datos para la adquisición de imágenes pero manteniendo apagado el sistema de excitación del escáner. De esta forma se obtiene para cada bobina tantos valores de ruido como datos muestrados. A partir de los datos muestreados n_{ik} puede obtenerse la matriz de covarianzas [6],[70].

$$Cov = \begin{pmatrix} Cov(1,1) & Cov(1,2) \\ Cov(2,1) & Cov(2,2) \end{pmatrix}. \tag{6.12}$$

donde

$$Cov(i,j) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(n_{ik} - \overline{n_i})(n_{jk} - \overline{n_j}). \tag{6.13}$$

siendo i el índice que denota la bobina correspondiente y $k = 1, ..., N$ se corresponde con la muestra de ruido. El coeficiente de correlación de ruido puede obtenerse a partir de la matriz de covarianzas como

$$k_e = k_{12} = \frac{Cov(1,2)}{\sqrt{Cov(1,1)Cov(2,2)}}. \tag{6.14}$$

El experimento se ha realizado en un sistema de RM Siemens Avanto de 1.5 T (Siemens Medical Systems, Erlangen, Germany) situado en el Departamento de Física Experimental 5 (Biofísica) de la Universidad de Würzburg (Alemania). Los resultados experimentales proporcionan $k_e = 0{,}14$ para la configuración sin lentes MI y $k_e = -0{,}17$ para la configuración con lentes MI. El análisis numérico para las configuraciones en ausencia y en presencia de lentes MI proporcionan los valores $k_e = 0{,}14$ y $k_e = -0{,}17$, respectivamente. Puede observarse que el acuerdo entre los resultados numéricos y experimentales es excelente. Además, tanto los resultados numéricos como experimentales muestran que k_e es negativo cuando el arreglo de bobinas desacopladas capacitivamente se combina con lentes MI.

Una vez se ha comprobado la validez del método numérico desarrollado para el cálculo de k_e mediante la comparación con dos procedimientos experimentales independientes, se procede a realizar un análisis de la dependencia de k_e para un arreglo de bobinas combinadas con lentes MI en función de la distancia d entre los centros de las dos bobinas. Esta distancia d se normaliza al tamaño $d_0 = 12$ cm de las bobinas. En el análisis se considera que las bobinas están separadas de las lentes una distancia de 7 mm. Las lentes a su vez se encuentran a una distancia de 7 mm del espacio conductor semiinfinito con $\varepsilon = 70$ y $\sigma = 0{,}7$ S/m. La Fig. 6.5.a muestra los resultados obtenidos para k_e.

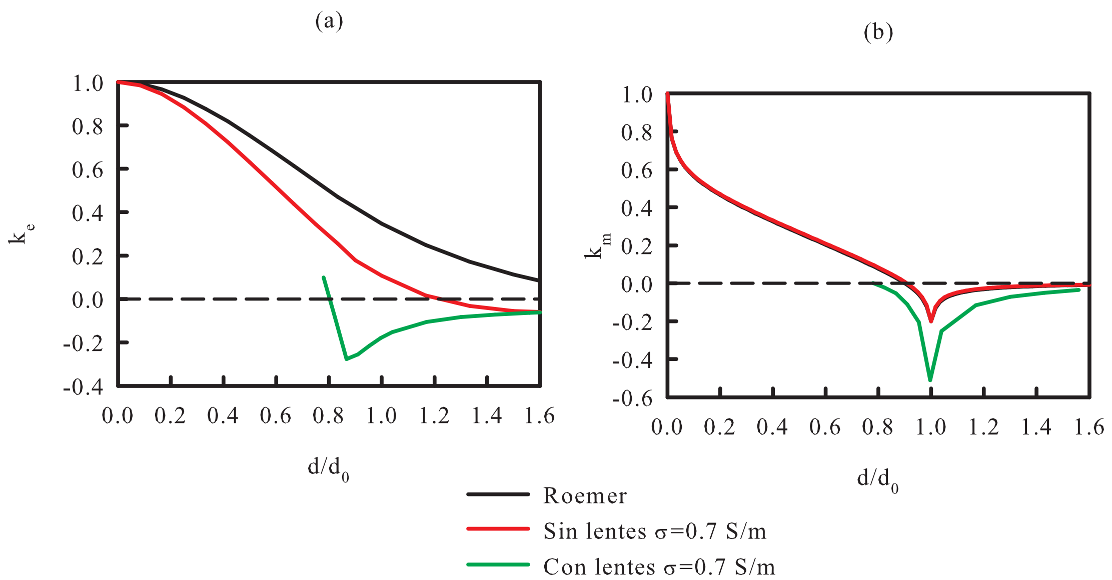

Figura 6.5: Resultados numéricos obtenidos para (a) k_e y para (b) k_m en función de la distancia entre las bobinas normalizada al tamaño de las bobinas para diferentes configuraciones. La línea verde correspondiente al caso con lentes empieza en $d/d_0 = 0{,}8$ debido a que en esta configuración a distancias inferiores las lentes estarían solapadas.

La curva negra en la Fig. 6.5.a corresponde a los resultados obtenidos por Roemer para un arreglo de bobinas en una configuración similar a la analizada en este experimento [20], y se presenta como curva de referencia. Las curvas roja y verde corresponden a los cálculos realizados para la configuración descrita en ausencia y en presencia de las lentes MI, respectivamente. Para un arreglo convencional, esto es, sin lentes, Roemer mostró que mientras que la inductancia mutua puede tomar valores positivos y negativos y se cancela para cierta distancia crítica entre las bobinas (distancia para la que están parcialmente solapadas), k_e parece ser siempre positiva [20]. Es un error común considear que esto último sucede para todas las distancias entre bobinas. En efecto, en un arreglo convencional k_e puede tomar valores tanto positivos como negativos y se puede cancelar para una distancia dada entre las bobinas [69]. La curva roja de la Fig. 6.5.a correspondiente al caso sin lentes tambien muestra que en el presente análisis k_e puede tomar valores negativos a partir de cierta distancia entre las bobinas (en concreto para $d/d_0 > 1{,}2$). Estos resultados están de acuerdo con la discusión sobre el esquema de la Fig. 6.3.b. Esto es, si la distancia entre bobinas en arreglos convencionales es suficientemente grande, el coeficiente de correlación de ruido puede ser negativo dado que la contribución principal a la correlación de ruido proviene de la reacción negativa entre los campos eléctricos de sentido opuesto en la región intermedia entre las bobinas. Por otro lado, la curva verde de la Fig. 6.5.a muestra que valores negativos de k_e se pueden obtener en el caso de arreglos de bobinas combinadas con lentes MI para distancias d/d_0 inferiores correspondientes a situaciones prácticas donde la inductancia mutua se cancela por solapamiento ($d/d_0 = 0{,}9$) [20] o usando redes capacitivas o inductivas ($d/d_0 = 1$) [42], [43], [64]. Por tanto, las lentes MI proporcionan valores negativos de k_e para distancias entre bobinas que se corresponden con situaciones prácticas.

Con el objeto de proporcionar una visión más global del efecto que producen las lentes MI, también se ha realizado un análisis de la inductancia mutua entre las bobinas, ya que se puede ver modificada debido al acoplamiento de las bobinas a través de las lentes MI así como por la presencia de la muestra conductora. La inductancia mutua M_{12} entre las dos bobinas puede obtenerse a partir de la expresión siguiente [51]

$$\omega M_{12} = \mathrm{Im}\left[\frac{V_1}{I_2}\bigg|_{I_1=0}\right]. \tag{6.15}$$

Para el cálculo de M_{12} se resuelve la ecuación matricial $\overline{\overline{Z}} \cdot \overline{I} = \overline{V}$, donde en este caso $\overline{\overline{Z}}$ es la matriz de impedancias del sistema que contiene $(N+2) \times (N+2)$ elementos, incluyendo los N anillos de la lámina de metamaterial y las dos bobinas; $\overline{I}$ es el vector de corrientes eléctricas y $\overline{V}$ es el vector de tensiones eléctricas. En el sistema matricial se impone $I_1 = 0$ y $V_2 = 1$ V para obtener V_1 e I_2. En estas condiciones el sistema matricial se descompone en dos ecuaciones distintas. Por un lado

$$V_1 = \sum_{i=2}^{N+2} Z_{1i} I_i \tag{6.16}$$

y por otro el sistema matricial equivalente para una única bobina

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{2,2} & Z_{2,3} & \cdots & Z_{2,N+2} \\ & & \vdots & \\ Z_{N+2,2} & Z_{N+2,3} & \cdots & Z_{N+2,N+2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 \\ \vdots \\ I_{N+2} \end{pmatrix}. \tag{6.17}$$

Este sistema matricial se resuelve mediante el método LU [49]. La solución de este sistema matricial permite obtener las corrientes sobre los anillos y, en particular, la corriente eléctrica sobre la bobina 2, I_2. Así pues, teniendo en cuenta las expresiones (6.15) y (6.16) la inducción mutua efectiva de las dos bobinas es

$$M_{12} = \frac{1}{\omega}\mathrm{Im}\left[Z_{12} + \sum_{i=3}^{N+2} Z_{1i}\frac{I_i}{I_2}\right]. \tag{6.18}$$

Esto es, la inductancia mutua efectiva viene dada por la inductancia mutua propia entre las dos bobinas más una combinación lineal de las inductancias mutuas con los anillos de la lámina donde el peso de cada término está determinado por la corriente inducida en relación a la corriente en la bobina que es excitada. Finalmente, es necesario tener en cuenta el efecto de la muestra conductora. Sin embargo, como se demostró en el capítulo 4, la modificación de la inductancia mutua entre anillos cercanos debido a la presencia de una muestra conductora es despreciable. Por tanto, la expresión (6.18) es una buena aproximación a la inductancia mutua entre las bobinas en presencia de láminas de metamaterial basadas en CLRs. La Fig. 6.5.b muestra los resultados obtenidos para el coeficiente de acoplamiento magnético k_m definido como el cociente entre la inductancia mutua y la autoinductancia. La curva roja correspondiente al caso de un arreglo de bobinas en ausencia de lentes se solapa con la curva correspondiente al cálculo efectuado por Roemer. La curva verde correspondiente al caso del arreglo de bobinas en presencia de las lentes MI se cancela para $d/d_0 = 0{,}8$ estando en general por debajo del caso sin lentes MI.

6.4. Análisis del factor g

En la sección anterior se ha comprobado que las lentes permiten obtener coeficientes de correlación de ruido con signo negativo. A continuación se realiza un análisis de la influencia del signo negativo del coeficiente de correlación de ruido proporcionado por las lentes MI en el factor geométrico, g, magnitud que da información cuantitativa acerca de las capacidades de un arreglo de bobinas para su aplicación en RMp. Como se comentó en la introducción, en las imágenes obtenidas mediante RMp, la relación entre el SNR de la imagen acelerada obtenida tras aplicar el algoritmo de reconstrucción, SNR$_{ac}$, y el SNR obtenido mediante el procedimiento convencional, SNR$_{con}$, decrece como la raíz cuadrada del factor de aceleración R así como por un factor adicional conocido como factor geométrico o factor g [4]-[9]. En general, el factor g se puede obtener pixel a pixel dividiendo el mapa de SNR sin acelerar por el mapa de SNR acelerado y por la raíz cuadrada del factor de aceleración [4]-[9].

$$g = \frac{\mathrm{SNR}_{con}}{\mathrm{SNR}_{ac}\sqrt{R}} \tag{6.19}$$

El método estándar para realizar la estimación de mapas de SNR tanto en imágenes obtenidas de forma convencional como en imágenes obtenidas mediante RMp consiste en tomar el valor medio y la desviación estándar pixel a pixel de una serie de adquisiciones con parámetros idénticos en ambos casos. Este método presenta dos inconvenientes: por un lado, el tiempo de adquisición requerido es muy elevado, ya que son necesarias del orden de cientos de imágenes para obtener buenas estimaciones del SNR, y por otro únicamente es aplicable a experimentos estáticos (sólo *phantoms*, no pacientes) debido precisamente al excesivo tiempo de adquisición. El tiempo necesario para realizar estimaciones del SNR se reduce significativamente mediante la técnica conocida como método de las multiréplicas, ya señalado en el capítulo anterior [57]. Este método hace uso de una adquisición convencional y de un mapa de ruido adicional. No obstante, el tiempo de cómputo de las réplicas sigue siendo excesivo, lo que llevó a algunos autores a desarrollar aproximaciones analíticas para el cálculo del factor g correspondientes a técnicas de reconstrucción tales como SENSE [6] o GRAPPA [9]. Estas aproximaciones analíticas para el cálculo del factor g contienen explícitamente los coeficientes de correlación de ruido. Así, en la presente sección se analiza el efecto en el factor g del signo negativo en el coeficiente de correlación proporcionado por las lentes MI. Para ello se ha realizado el cálculo del factor g para el arreglo de dos bobinas desacopladas capacitivamente con lentes MI descritas en la sección anterior haciendo uso tanto del método multiréplica [57] como de la aproximación analítica para GRAPPA [9]. Para el análisis se obtiene un mapa de ruido así como un mapa de señal por el método convencional mediante una secuencia gradiente eco (TE=10 ms, TR=100 ms, FOV=300×300 mm^2, resolución 128×128 pixels y espesor del corte 3 mm). Las Figs. 6.6.a-d muestra diferentes mapas de factor g obtenidos para imágenes combinadas mediante SOS de las imágenes correspondientes a cada bobina para el método de reconstrucción GRAPPA [9] con R=2 (este método de reconstrucción se detalla en el apéndice A). Los mapas de factor g se han obtenido mediante: (a) método multiréplica [57] y, (b) mediante la aproximación analítica (Eq. (12) en [8]), teniendo en cuenta el signo negativo de k_e, (c) ignorando la correlación de ruido tomando $k_e = 0$ y (d) tomando el valor absoluto de k_e, esto es, sin signo. Tomando como referencia el mapa de factor g obtenido mediante el método multiréplica (Fig. 6.6.a) y comparando con los

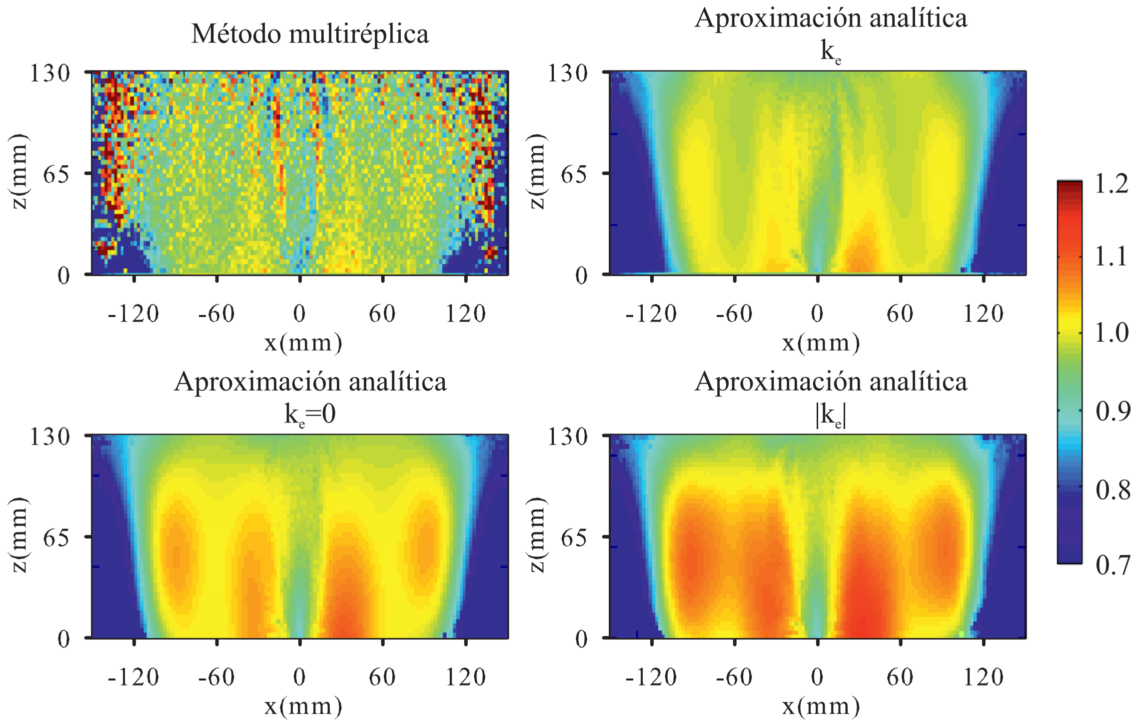

Figura 6.6: Mapas de factor g correspondientes al método de reconstrucción GRAPPA con R=2 para imágenes combinadas mediante SOS obtenidos mediante un arreglo de dos bobinas desacopladas capacitivamente combinadas con lentes MI. Los mapas de factor g ha sido obtenidos mediante (a) el método multiréplica, (b) aproximación analítica teniendo en cuenta el valor obtenido de k_e. (c) aproximación analítica despreciando k_e y (d) aproximación analítica tomando el valor absoluto de k_e.

diferentes mapas de factor g obtenidos mediante la aproximación analítica, se observa que el mapa de factor g obtenido teniendo en cuenta el signo de k_e es el que mejor se aproxima a los resultados obtenidos mediante el método multiréplica. Esto deja claro que el coeficiente de correlación de ruido debe ser introducido en la aproximación analítica teniendo en cuenta el signo y no como módulo, sobre lo cual existía bastante confusión en la comunidad de investigadores en RM. Una vez confirmado este punto, en la Fig. 6.7 se comparan los mapas de factor g para un arreglo de dos bobinas desacopladas capacitivamente [64] con lentes MI (Fig. 6.7.c) y sin lentes MI (Fig. 6.7.f), utilizando la aproximación analítica para reconstrucciones GRAPPA y teniendo en cuenta el signo del coeficiente de correlación

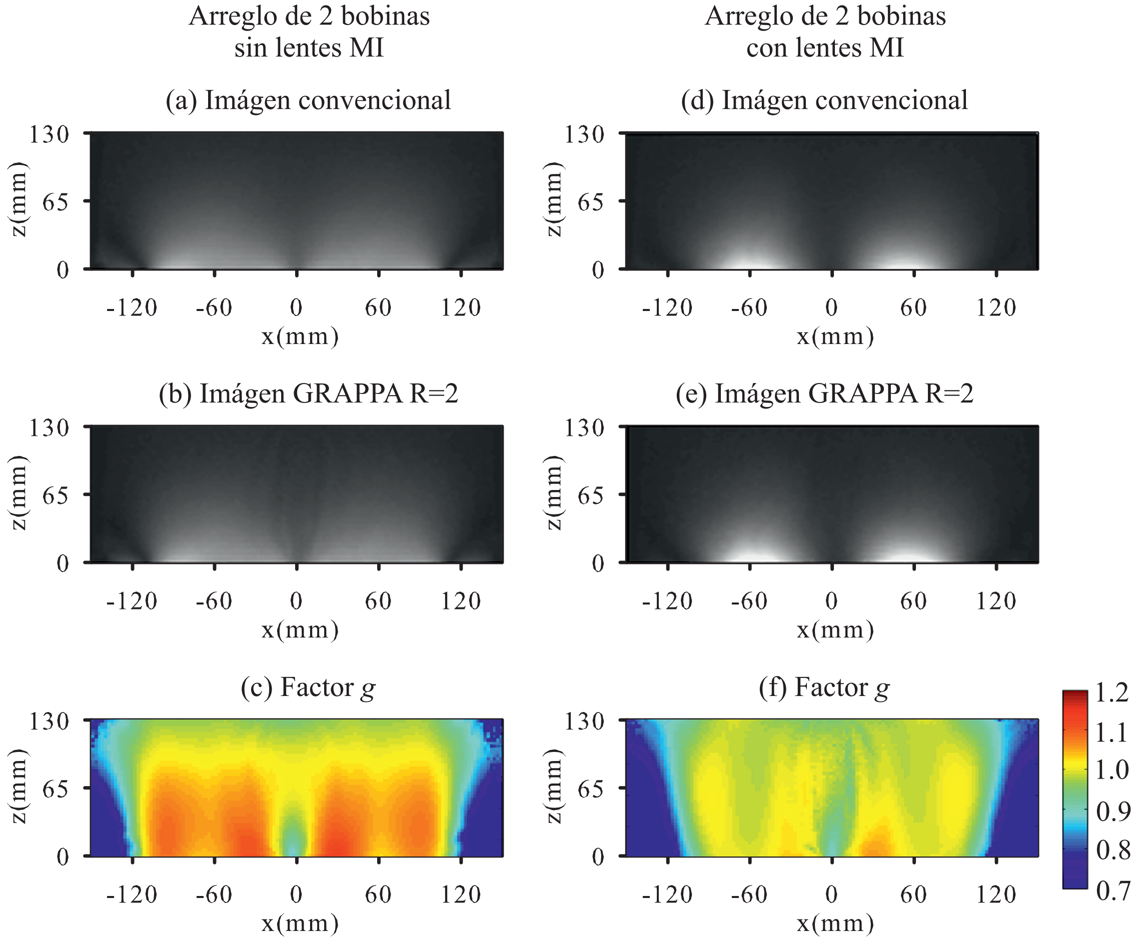

Figura 6.7: Imágenes de RM obtenidas sobre una muestra condutora con un arreglo de dos bobinas desacopladas capacitivamente tanto por el método convencional como mediante una reconstrucción GRAPPA (R=2). Se muestran imágenes sin lentes MI y con lentes MI. Además se muestran mapas de factor g correspondientes al método de reconstrucción GRAPPA (R=2) para las imágenes combinadas mediante SOS obtenidas a través de la aproximación analítica para reconstrucciones GRAPPA inlcuyendo la correlación de ruido con su correspondiente signo.

de ruido. En la Fig. 6.7 también se muestran las imágenes obtenidas tanto por la técnica convencional (Figs. 6.7.a y d) como reconstruidas mediante GRAPPA con R=2 (Figs. 6.7.b y e) adquiridas mediante la secuencia descrita anteriormente. Estas imágenes muestran que las lentes MI localizan el FOV de las bobinas como se estudió en la sección 2 [37]. Los mapas de factor g mostrados en las Fig. 6.7.c y f demuestran que el factor g se reduce cuando las bobinas se combinan con lentes

MI y el valor de k_e es negativo, lo que redunda en un incremento del SNR de la imagen acelerada con lentes con respecto al caso sin lentes. Además, resulta interesante observar que, en la adquisición acelerada sin lentes, la imagen de la Fig. 6.7.b muestra un artefacto residual en la región comprendida entre ambas bobinas que aparece mucho menos visible en la adquisición acelerada con lentes en la Fig. 6.7.e.

Como corolario, se concluye que las lentes MI proporcionan valores negativos de k_e para distancias entre bobinas correspondientes a las situaciones más habituales (bobinas parcialmente solapadas o en contacto combinadas con desacoplo capacitivo para cancelar la inducción mutua y desacoplarlas así magnéticamente) y que estos valores negativos redundan en una reducción del factor g que mejora el SNR en la imagen acelerada. Algunos autores has sugerido que es posible obtener mejoras en el factor g en arreglos convencionales (sin lentes) si las bobinas que componen el arreglo [71]-[73] no se solapan o no se situan en contacto entre si para desacoplarlas capacitivamente sino que se alejan lo suficiente como para hacer despreciable el acoplo magnético. En relación a esto, es interesante hacer notar que a esas distancias k_e se torna negativo, como mostraban los resultados de la curva roja en la Fig. 6.5.a. Por tanto, la sugerencia de estos autores para arreglos convencionales vendría a reafirmar la conclusión obtenida en arreglos con lentes según la cual en general un k_e negativo contribuye a mejorar el factor g. Resulta intersante hacer notar también el paralelismo existente entre los FOVs de bobinas adyacentes en un arreglo convencional de bobinas muy separadas, que se hallan bien localizados y no se solapan debido a la gran distancia entre las bobinas, y la localización del FOV que proporcionan las lentes MI, esto es, el efecto de las lentes MI es equivalente al de alejar las bobinas en arreglos convencionales.

A continuación se realiza un análisis de la capacidad de las lentes MI para mejorar el factor g en función del factor de aceleración R. La Fig. 6.8 muestra los mapas de factor g obtenidos con un arreglo de cuatro bobinas de 12×12 cm^2 desacopladas capacitivamente [64]. Todos los mapas se han obtenido siguiendo la aproximación analítica para reconstrucciones GRAPPA (Eq. (12) en [8]) teniendo en cuenta el signo del coeficiente de correlación de ruido. Las Figs. 6.8.a y b

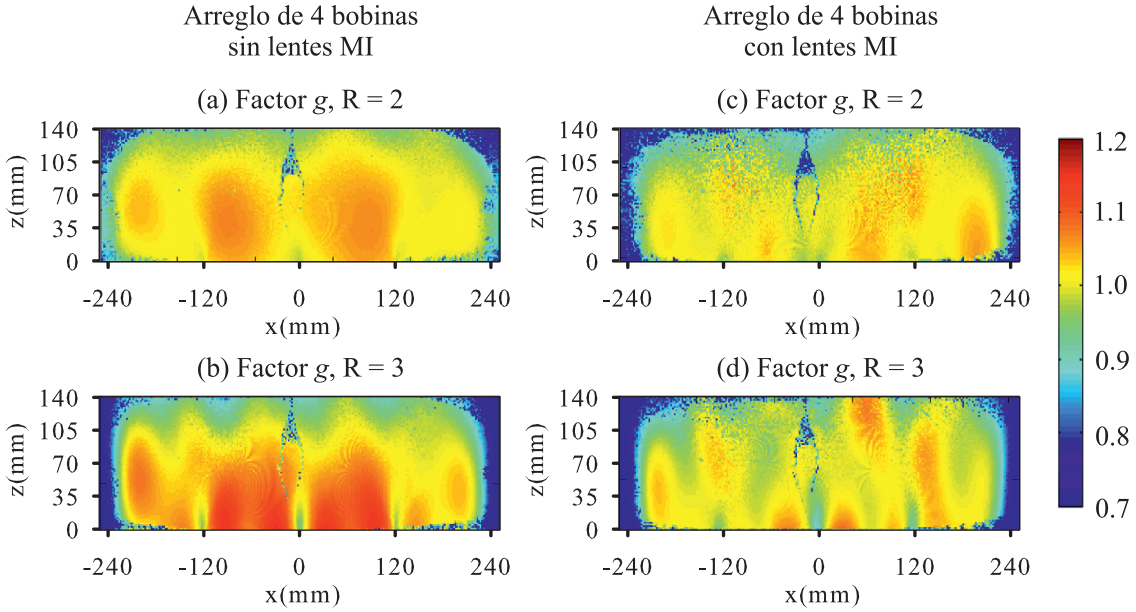

Figura 6.8: Mapas de factor g correspondientes al método de reconstrucción GRAPPA para imágenes combinadas mediante SOS obtenidas a través de la aproximación analítica para reconstrucciones GRAPPA inlcuyendo la correlación de ruido con su correspondiente signo. Los mapas se han obtenido mediante un arreglo de 4 bobinas desacopladas capacitivamente para (a) R=2 sin lentes MI, (b) R=2 con lentes MI, (c) R=3 sin lentes MI y (d) R=3 con lentes MI.

muestran el factor g para R=2 sin lentes MI y con lentes MI, respectivamente. Las Figs. 6.8.c y d muestran el factor g para R=3 sin lentes MI y con lentes MI, respectivamente. Los resultados muestran que las lentes MI reducen el factor g en comparación con el caso sin lentes MI tanto para R=2 como para R=3, y que la reducción del factor g es más significativa para R=3.

Los resultados anteriores muestran que las lentes MI permiten mejorar la capacidad de codificación que tienen los arreglos de bobinas. Estos estudios se han realizado a 1.5 T ($63{,}63$ MHz). En el capítulo 5 se realizó un estudio del SNR que proporciona una bobina de superficie combinada con una lente MI en función de la frecuencia de Larmor. El resultado del estudio fue que el SNR obtenido cuando se utilizan lentes MI mejora significativamente al aumentar la frecuencia comparado con el SNR proporcionado por la bobina sin emplear la lente MI. Teniendo esto en cuenta se ha investigado la capacidad de las lentes MI en RMp a 3 T y se ha comparado con los resultados obtenidos a 1.5 T. La comparación se ha realizado a través de un arreglo de dos bobinas desacopladas capacitivamente [64] con las mismas dimensiones que el empleado a 1.5 T anteriormente. Para cada valor de B_0 se emplea un arreglo combinado con lentes MI y otro arreglo idéntico sin lentes MI. En el experimento se empleó la misma muestra conductora que a 1.5 T y se utiliza la misma secuencia gradiente eco que se ha empleado en los casos anteriores (TE=10 ms, TR=100 ms, FOV=300×300 mm^2, resolución 128×128 pixels y espesor del corte 3 mm). Se han obtenido los mapas de factor g haciendo uso de la aproximación analítica para reconstrucciones GRAPPA (Eq. (12) en [8]) con R=2. Los resultados obtenidos para 1.5 T se vuelven a mostrar en la Fig. 6.9.a para comparar con los resultados obtenidos a 3 T, que se muestran en la Fig. 6.9.b. Puede observarse que los mapas de factor g obtenidos contienen regiones con valores inferior a la unidad. Esto es posible en reconstrucciones GRAPPA como se explica en la pp. 904 de [74]. Además, en [75] se demuestra que, en general, el factor g empeora ligeramente cuando aumenta el valor del campo estático empleado, mejorando notablemente a partir de $4{,}5$ T. Esta conclusión está en acuerdo con los resultados mostrados en la Fig. 6.9, donde el factor g proporcionado por

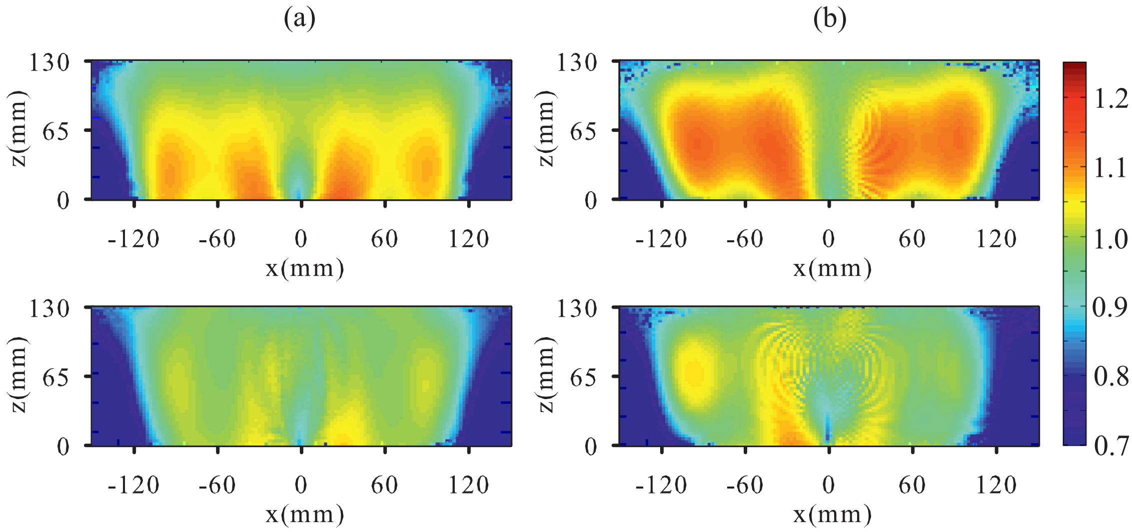

Figura 6.9: Mapas de factor g obtenidos a partir de medidas de RM para (a) 1.5 T y (b) 3 T, sin lentes MI (arriba) y con lentes MI (abajo).

el arreglo de bobinas sin lentes decrece al pasar de 1.5 T a 3 T. Aclarado esto, la comparación entre los mapas mostrados arriba y abajo en la figura demuestra que la lente MI ayuda a reducir el factor g tanto a 1.5 T como a 3 T y que esta reducción es más notable en el caso correspondiente a 3 T. (Fig. 6.9.b).

6.5. Conclusiones

En el presente capítulo se ha realizado un estudio detallado de las capacidades que presentan las lentes de metamaterial basadas en CLR, y más en particular las lentes MI, en la técnica de RMp. Teniendo en cuenta las medidas de la resolución realizadas en el capítulo 3 se ha realizado un experimento para demostrar la capacidad de la lente de metamaterial mostrada en [10] para mejorar la localización del FOV de bobinas de superficie, algo que puede tener aplicación en RMp. Sin embargo, dado que el SNR se degrada como consecuencia de las pérdidas óhmicas en los anillos de la lente se ha realizado el mismo experimento sustituyendo la lente de metamaterial en [10] por dos lentes MI de superficie inferior a la superficie de las bobinas. En el capítulo 5 se demostró que al combinar una bobina con una lente MI cuya superficie es inferior a la superficie de la bobina las pérdidas se reducen significativamente mejorando el SNR hasta cierta profundidad que depende de la frecuencia de Larmor. El experimento realizado con lentes MI demuestra su capacidad para localizar el FOV de bobinas de superficie sin degradar el SNR. Por tanto, las lentes MI pueden encontrar alguna aplicación real en RMp como dispositivos que permitan reducir el tiempo de adquisición de imágenes. A continuación se ha presentado un método que permite calcular el coeficiente de acoplamiento eléctrico entre bobinas de un arreglo, que da cuenta de la correlación de ruido entre los elementos que lo forman, en presencia de lentes y de un medio conductor semiinfinito. Los resultados numéricos proporcionados por este método se han validado a través de medidas experimentales obtenidas mediante dos procedimientos independientes. A través de este método se ha demostrado que las lentes MI pueden proporcionar valores de correlación de ruido negativos en configuraciones prácticas tales como bobinas solapadas o desacopladas capacitivamente donde para la configuración convencional, esto es, sin lentes MI, la correlación es positiva. Finalmente se ha observado que el valor negativo de la correlación de ruido permite mejorar las prestaciones de los arreglos de bobinas en aplicaciones de RMp a través de la mejora del factor g. Además se ha realizado un estudio del efecto que tienen las lentes MI sobre el factor g en función tanto del factor de aceleración como de la frecuencia de Larmor. Este estudio ha permitido determinar que la mejora en el factor g es más notable al aumentar el factor de aceleración así como al aumentar la frecuencia de Larmor.

Apéndice A

Algoritmo de reconstrucción GRAPPA y factor de aceleración

En el presente apéndice se realiza una revisión del algoritmo de reconstrucción GRAPPA [9] y de la aproximación analítica del factor geométrico asociado o factor g [8]. Tanto este algoritmo como la aproximación analítica de su factor g se implementaron en el presente trabajo en MATHLAB para obtener las imágenes de RM aceleradas y los mapas de factor g que se muestran en el capítulo 6. Un esquema básico de la versión original del algoritmo de reconstrucción GRAPPA se muestra en la Fig.A.1 para un mapa de $N_x \cdot N_y$ pixels. La reconstrucción se realiza en el espacio k, el cual queda dividido en dos regiones. La primera región (zona A) está formada por las líneas centrales (azules), o líneas de autocalibración (s^{ac}), donde se realiza un muestreo completo. En el resto del espacio k (zona B) se realiza un muestreo reducido en un factor conocido como factor de aceleración R (la Fig. A.1 muestra el esquema para $R = 3$). Las líneas que no han sido muestreadas, formadas por los denotados como puntos objetivo (s^o) se obtienen como combinación lineal de las líneas muestreadas, formadas por los denotados como puntos fuente (s^f). Así pues, si disponemos de los datos muestreados para N_c canales conectados cada uno a una bobina de un arreglo, los puntos s^o se obtienen

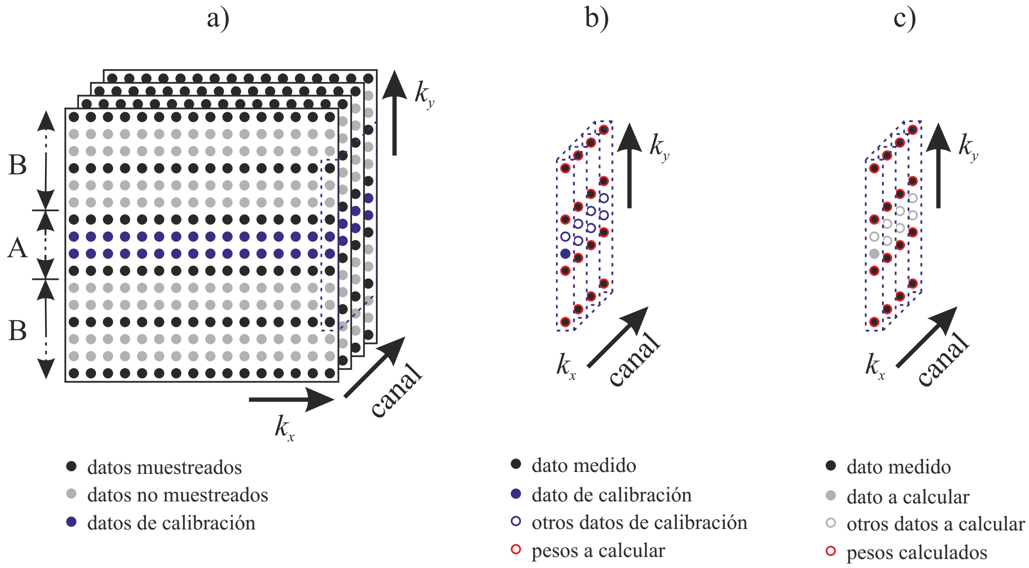

Figura A.1: Esquema del proceso de reconstrucción GRAPPA para cuatro canales y factor de aceleración $R = 3$. a) Los datos adquiridos se representan en negro. En la región central del espacio k (zona A) se adquieren datos de calibración representados en azul. Fuera de la región de calibración (zona B) el muestreo en la dirección k_y se realiza con una reducción $R = 3$. b) Los pesos, representados en color rojo, se calculan de forma que el resultado de multiplicarlos por los puntos medidos y sumar los resultados se ajuste al punto de calibración seleccionado (punto azul). Pesos diferentes se obtienen para otros puntos de calibración (círulos azules). c) Los datos no muestreados se aproximan mediante los pesos obtenidos en el apartado b.

según la expresión

$$s_j^o = \sum_i w_{i,j} s_i^f, \tag{A.1}$$

que permite reconstruir un punto concreto, siendo w_i los pesos, j el índice que indica el punto que se desea reconstruir ($j = 1, ..., N_c \cdot (R-1)$), e i el índice que recorre todos los N_f datos s^f en la dirección k_y de los N_c canales sobre los que se aplican los pesos ($i = 1, ..., N_c \cdot N_f$). Teniendo en cuenta que la reconstrucción es invariante en la dirección k_x, la expresión (A.1) puede escribirse en forma matricial como

$$\mathbf{s^o} = \mathbf{w}\mathbf{s^f} \tag{A.2}$$

donde para cada k_x los $N_c \cdot N_f$ puntos s^f usados en la reconstrucción se sitúan en una columna de la matriz $\mathbf{s^f}$ de tamaño $[N_c \cdot N_f \times N_x]$, la matriz de pesos $\mathbf{w}$ es de tamaño $[N_c \cdot (R-1) \times N_c \cdot N_f]$ y, por tanto, las columnas de la matriz $\mathbf{s^o}$, de tamaño $[N_c \cdot (R-1) \times N_x]$, estarán formadas por los $N_c \cdot (R-1)$ puntos s^o reconstruidos, para los diferentes valores de k_x, a partir de los puntos s^f. La expresión (A.2) permite calcular los $R-1$ puntos s^o de los N_c canales para los N_x valores de k_x directamente.

La aplicación de la expresión (A.2) requiere del conocimiento previo de los pesos $\mathbf{w}$ que se deben emplear sobre $\mathbf{s^f}$ para obtener $\mathbf{s^o}$. Para calcular los pesos se utilizan las líneas s^{ac} de la zona A imponiendo que se cumpla

$$\mathbf{s^{ac}} = \mathbf{w}\mathbf{s^f} \tag{A.3}$$

Para mejorar la precisión de los pesos el número de puntos s^{ac} tiene que ser elevado. Así pues, teniendo en cuenta que la reconstrucción es invariante en la dirección k_x, se utilizan todos los valores k_x disponibles como muestras para el cálculo. De la expresión (A.3) se obtiene el valor de los pesos como

$$\mathbf{w} = \mathbf{s^{ac}} \left[\mathbf{s^f}^{\mathbf{T}} \left(\mathbf{s^f} \mathbf{s^f}^{\mathbf{T}} \right)^{-1} \right] = \mathbf{s^{ac}} \mathrm{seudoinversa} \left(\mathbf{s^f} \right) \tag{A.4}$$

donde T representa la matriz traspuesta conjugada. Los valores obtenidos mediante esta expresión permitirán realizar una buena reconstrucción siempre que $N_x >> N_f \cdot N_c$, condición que difícilmente se cumple en arreglos formados por muchas bobinas. Es por ello que la región de autocalibración se toma con un elevado número de líneas en la dirección k_y. De esta forma el número de muestras empleadas en la ecuación (A.4) será $N_x \cdot N_y^{ac}$, donde N_y^{ac} es el número de muestras en la dirección k_y. Por todo ello, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, la condición $N_x \cdot N_y^{ac} >> N_f \cdot N_c$ es fácilmente realizable simplemente aumentando lo suficiente el número de líneas de autocalibración. La aplicación de los pesos calculados en la expresión (A.2) para todos los valores de k_y conocidos de la zona B permite reconstruir las líneas que no fueron adquiridas mediante gradientes para cada uno de los N_c canales. Por último solo queda realizar las transformadas inversas al mapa correspondiente a cada canal y obtener la imagen global como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las imágenes individuales.

Como se ha señalado, los procesos de reconstrucción como GRAPPA permiten reducir el tiempo empleado en la obtención de la imagen. Sin embargo, la reducción del tiempo se hace a costa de una penalización en la calidad de la imagen, reflejada en una reducción del SNR. Es conocido que el SNR de una imagen reconstruida (SNR_r) es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo empleado en la adquisición, esto es, a la inversa de la raíz cuadrada del factor de aceleración R [6]. Además, la componente de ruido que contienen los datos medidos s^f se propagan a través del algoritmo de reconstrucción. Esto implica un ruido adicional que depende de la geometría conocido como factor geométrico (g) [6]. Se puede demostrar que

$$\mathrm{SNR}_r = \frac{\mathrm{SNR}_{sa}}{g\sqrt{R}} \tag{A.5}$$

donde SNR_{sa} es el SNR de la imagen obtenido mediante la medida de todos los datos en el espacio k. El valor del factor g depende de la capacidad de generar armónicos del arreglo fabricado, y su estudio se ha convertido en una de las herramientas esenciales en el diseño de bobinas de RMp. La obtención de mapas de factor g puede resultar costosa en tiempo. Los mapas de SNR se obtienen mediante la medida de un número elevado de imágenes tanto sin acelerar, $\mathbf{I^{sa}}$, como reconstruidas mediante GRAPPA, $\mathbf{I^r}$. Cada una de las imágenes estará compuesta por la suma de la imagen libre de ruido ($\mathbf{I^l}$) más una componente adicional de ruido, $\mathbf{n}$,

$$\begin{aligned} I^{sa} &= I^l + n^{sa} \\ I^r &= I^l + n^r \end{aligned} \tag{A.6}$$

de forma que, para cada caso, el SNR se obtiene como el cociente pixel a pixel del valor medio, I^l, dividido entre la desviación estandar correspondiente. Dado que el valor medio debe ser el mismo para ambas imágenes, obtenemos

$$g = \frac{\sigma(n^r)}{\sigma(n^{sa})\sqrt{R}} \tag{A.7}$$

Para que la estadística del procedimiento sea suficientemente precisa, es necesario realizar al menos 100 medidas tanto de I^{sa} como de I^r, lo que supone un largo proceso de medida, a lo que hay que añadir el tiempo necesario para realizar las reconstrucciones. Es por ello que resulta especialmente interesante la obtención de una aproximación analítica para el factor g. Para ello se parte de una variante del algoritmo de reconstrucción GRAPPA mixto, donde los pesos se obtienen en el espacio de k y la reconstrucción se realiza en el espacio real $\Re$. La aplicación de la expresión (A.1) para obtener todos los puntos s^o desconocidos es equivalente a la convolución de los pesos obtenidos sobre los datos muestreados s^f (Fig.A.2.a). Así pues, el mapa reconstruido, $\mathbf{s^r_j}$, en el espacio k puede expresarse como

$$\mathbf{s^r_j} = \sum_i \mathbf{w_{i,j}} \otimes \mathbf{s^f_i} \tag{A.8}$$

donde la formación de las matrices $\mathbf{w_{i,j}}$ y $\mathbf{s^f_i}$ se indica esquemáticamente en la Fig.A.2.b. Haciendo uso del teorema de convolución, la expresión (A.8) puede reescribirse como el producto de los pesos en el espacio $\Re$ con la transformada inversa de los datos muestreados pixel a pixel [76].

$$\mathbf{I^r_j} = \sum_i \mathbf{W_{i,j}} \cdot \mathbf{I^f_i} \tag{A.9}$$

donde $\mathbf{I^f}$ es la transformada inversa de $\mathbf{s^f}$, $\mathbf{W}$ son los pesos en el espacio $\Re$ e $\mathbf{I^r}$ resulta del producto pixel a pixel de $\mathbf{I^f}$ y $\mathbf{W}$.

Esta variante de GRAPPA tiene la ventaja de que permite la obtención de una expresión analítica para el factor g, dada por [8]

$$g = \frac{\sqrt{|(p^T \cdot W)\sigma^2(p^T \cdot W)^H|}}{\sqrt{|(p^T)\sigma^2(p^T)^H|}} \tag{A.10}$$

que se aplica para cada pixel de la imagen, donde el superíndice T representa la traspuesta, H la traspuesta compleja conjugada, σ^2 es la matriz de correlación de ruido y, para una imagen obtenida mediante suma de cuadrados de las imágenes individuales, p es un vector formado por los elementos $p_k = I^{r*}_k / I^a_{SOS}$, expresando SOS la raíz cuadrada de la suma de cuadrados de las I^r. En resumen, el procedimiento de obtención de un mapa de factor g requiere de la medida de dos mapas. Primero se miden los datos en el espacio k con todos los gradientes de fase aplicados, se eliminan las líneas según el factor de aceleración que se desee aplicar, se calculan los pesos y se realiza la reconstrucción. Segundo se obtiene un mapa de señal con el transmisor del escáner apagado, de esta forma los receptores conectados a los diferentes canales solo miden ruido, permitiendo obtener la matriz de correlación σ^2. Finalmente se aplica la expresión (A.10).

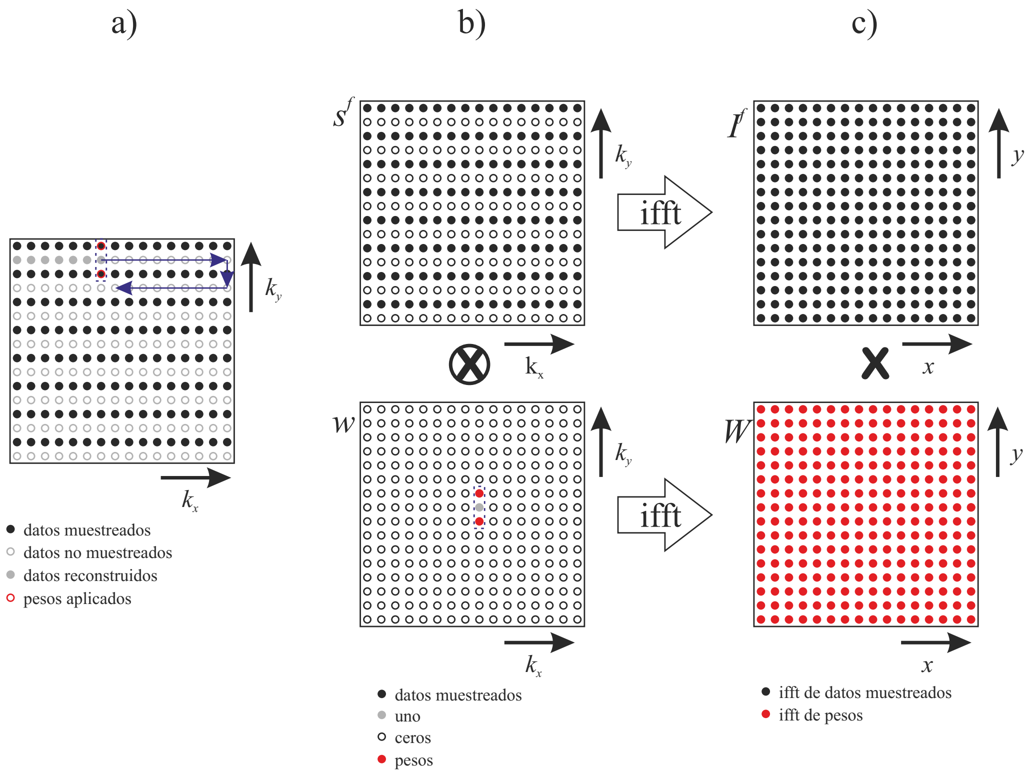

Figura A.2: Esquema simplificado del proceso de reconstrucción GRAPPA realizado en el espacio real para $R = 2$. Por simplicidad se ha omitido la dimensión del canal. (a): El producto de convolución entre los pesos previamente calculados da como resultado la reconstrucción de los datos que no han sido medidos. (b): Reconstrucción en el espacio real, los pesos se disponen en una matriz de ceros con un uno en el centro. Tanto a la matriz de pesos como a la matriz que contiene los datos medidos se le aplica la transformada inversa de fourier para obtener para pasar al espacio real. Una vez en el espacio real, el teorema de convolución permite obtener las imágenes resultantes como producto pixel a pixel de los mapas obtenidos.

Apéndice B

Medida del SNR con el analizador de redes

En este apéndice se demuestra la relación existente entre el SNR proporcionado por una bobina de superficie y el coeficiente de transmisión medido por un analizador de redes entre la bobina y una pequeña sonda, estando la impedancia de la bobina adaptada. Esta relación permite efectuar medidas comparativas del SNR de una bobina en el laboratorio. En la teoría general de líneas de transmisión [51], el coeficiente de transmisión o parámetro S_{21} para una red de dos puertos se define como

$$S21 = \frac{V_2^-}{V_1^+}\Big|_{V_2^+=0}, \tag{B.1}$$

donde V_1^+ es el voltaje de una onda que incide en el puerto 1 Y V_2^- el voltaje de la onda que sale reflejada del puerto 2. El voltaje de la onda incidente en el puerto 2, V_2^+, es cero debido a que ambos puertos se consideran terminados en cargas adaptadas para evitar reflexiones. La teoría de lineas de transmisión también establece que la potencia asociada con la onda de tensión V_1^+ es $P = (V_1^+)^2/(2Z_0)$, siendo Z_0 la impedancia característica de la línea. En el caso de bobinas de superficie para RM, la línea de transmisión consiste en un cable coaxial de impedancia $Z_0 = 50\ \Omega$. Para su correcto funcionamiento, la bobina se adapta también a $50\ \Omega$ por medio de una red de adaptación que suele constar de una capacidad en paralelo con la bobina y de otra capacidad en serie (ver Apéndice C para más detalles).

Con la bobina adaptada, toda la potencia P entregada a la misma se disipará en la resistencia en serie equivalente, R, de la bobina, este es, $P = RI^2/2$, donde I es la amplitud de la corriente que fluye en la bobina. La resistencia R da cuenta de las pérdidas introducidas en presencia de la bobina por un medio conductor, que puede ser el tejido humano o una muestra conductora que simule el tejido (*phantom*), y/o un material presente en el experimento. Así, la bobina se conecta, por ejemplo, al puerto 1 del analizador, el voltaje V_1^+ podrá escribirse como

$$V_1^+ = \sqrt{2Z_0P} = \sqrt{2Z_0}\sqrt{RI^2/2} = I\sqrt{Z_0R}. \tag{B.2}$$

Por otro lado, si en el puerto 2 se conecta una sonda lo suficientemente pequeña como para no perturbar el campo magnético producido por la bobina, por ejemplo, una pequeña espira, la tensión V_2^- inducida en la sonda en virtud de la ley de Faraday por el campo magnético perpendicular al plano de la sonda, B_z, podrá escribirse como

$$V_2^- = -j\omega B_x S, \tag{B.3}$$

donde S es el área de la superficie de la sonda. Sustituyendo las expresiones anteriores para V_1^+ y V_2^- en la definición de S21 se obtiene

$$S21 = \frac{V_2^-}{V_1^+} = -\frac{j\omega S}{\sqrt{Z_0}} \cdot \frac{B_x}{I\sqrt{R}} = -\frac{j\omega S}{\sqrt{Z_0}} \cdot SNR. \tag{B.4}$$

Por tanto, bajo las condiciones descritas (una bobina adaptada a $50\ \Omega$ y una sonda de área pequeña) S21 es proporcional al SNR.

Apéndice C

Fabricación y ajuste de arreglos de bobinas de superficie de recepción para RM

C.1. Introducción

En este apéndice se describe el proceso de fabricación y ajuste de un arreglo de bobinas de superficie de recepción para RM. Para ilustrar los pasos a seguir se muestran ejemplos correspondientes a bobinas de RM para un escáner de 1.5 T (frecuencia de operación $63{,}63$ MHz) en modo recepción. Cualquier arreglo de bobinas de superficie estará constituida por un número determinado de bobinas iguales o no. Por esta razón se describe en primer lugar el ajuste de una bobina simple. Una vez explicado el procedimiento a seguir para ajustar una bobina se explican los pasos adicionales necesarios correspondientes al ajuste de arreglos de bobinas.

C.2. Fabricación y ajuste de una bobina de superficie

C.2.1. Esquema circuital

El esquema mostrado en la Fig. C.1 muestra las diferentes etapas de que consta una bobina en recepción para su correcto funcionamiento. En general, en los experimentos de RM las bobinas de superficie se situan sobre la superficie del tejido sobre el que se desea adquirir la imagen. Teniendo esto en cuenta el modelo circuital de la bobina consiste en la autoinducccción de la bobina, L_b, conectada en serie con una resistencia equivalente R_b resultante tanto de las pérdidas óhmicas en la metalización como de las pérdidas dieléctricas en el tejido, esto es, la impedancia de la bobina puede escribirse como $Z_b = R_b + j\omega L_b$. En virtud de la ley de Faraday, en la bobina se induce una fuerza electromotriz (ε) como consecuencia del flujo de campo magnético variable procedente del tejido y que atraviesa la superficie de la bobina. Cualquier señal inducida en la bobina debe ser guiada hasta el sistema de tratamiento de datos a través de un cable coaxial cuya impedancia característica es típicamente $Z_0 = 50\ \Omega$. De la teoría general de líneas de transmisión es conocido que para que la potencia transmitida a través del cable coaxial sea máxima es necesario que la impedancia de la bobina sea igual a la impedancia característica del cable coaxial [51]. Por esta razón es necesario adaptar la impedancia de la bobina Z_b a la impedancia característica del cable coaxial, Z_0, a través de una interfaz de adaptación de impedancias. Tras la etapa de adaptación de impedancias se emplea una etapa amplificadora a través

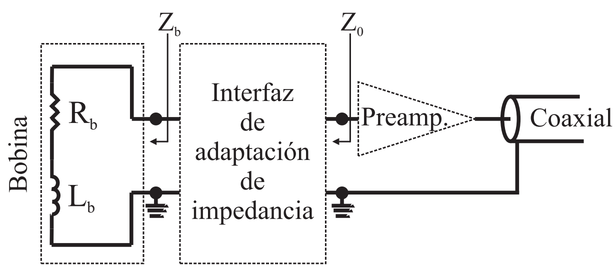

Figura C.1: Diagrama de bloques en el que se muestran las etapas necesarias para el ajuste de cualquier bobina de superficie.

de un preamplificador a cuya salida se conecta el cable coaxial. De esta forma se eleva el nivel de señal por encima del ruido que introducirá el cable coaxial. Dado que la frecuencia de trabajo es suficientemente baja, la adaptación de la impedancia puede realizarse mediante elementos localizados. En concreto, para los valores típicos de R_b y L_b puede hacerse a través de dos condensadores [51], uno en serie y otro en paralelo con la bobina como se muestra en la Fig. C.2.a. Dada una ρ inducida en la bobina, la corriente eléctrica I a través de la bobina está dada por $I = \varepsilon/Z_b = \varepsilon/(R_b + j\omega L_b)$. La corriente eléctrica sobre la bobina se puede maximizar a la frecuencia angular de trabajo, ω_0, cancelando la reactancia inductiva de la bobina por medio de un condensador conectando en paralelo con la bobina con capacidad $C_t = 1/\omega_0^2 L_b$. Este condensador es, por tanto, el que determina la frecuencia de resonancia de la bobina. Sin embargo, además de cancelar la reactancia inductiva de la bobina es necesario que la parte real de la impedancia de entrada sea $50\ \Omega$. Para ello es necesario introducir un segundo condensador, en serie, de capacidad M que permite adaptar la impedancia a Z_0. El valor del condensador C_t que hace resonar a la bobina debe ser ligeramente modificado tras incluir el condensador M. Para la la configuración mostrada en la Fig. C.2.a, la

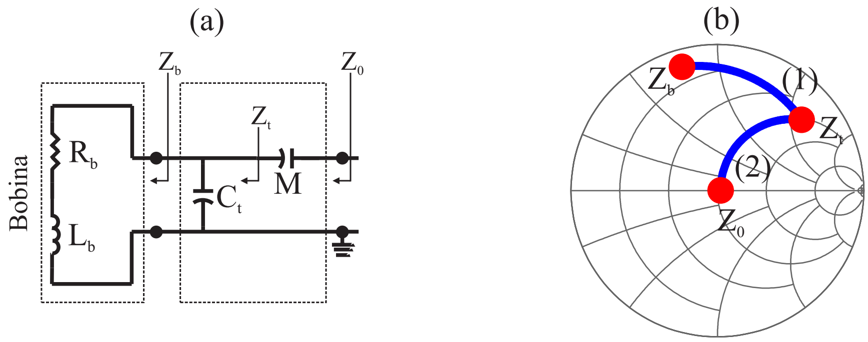

Figura C.2: (a)Esquema circuital de la bobina junto a la red de adaptación de impedancias empleada típicamente en una bobina de superficie. (b) Diagrama de sintonización en la carta de Smith, el condensador en paralelo de capacidad C_t modifica la impedancia de la bobina hasta que su parte real sea $50\ \Omega$ a la frecuencia deseada y el condensador en serie de capacidad M anula la reactancia resultante de forma que a la salida de la red de adaptación se obtiene la impedancia $Z_0 = 50\ \Omega$.

Fig. C.2.b muestra en la carta de Smith como el condensador en paralelo de capacidad C_t modifica la impedancia de la bobina haciendo que la parte real de la impedancia resultante sea $50\ \Omega$ a la frecuencia deseada, $Z_t = 50\Omega + jX_t$ (punto (1) en la Fig. C.2.b). Por otro lado, el condensador en serie de capacidad M anula la reactancia resultante X_t de forma que a la salida de la red de adaptación se obtiene la impedancia $Z_0 = 50\ \Omega$ ((2) en la Fig. C.2.b).

Un factor a tener en cuenta es la distribución de corriente eléctrica sobre la metalización de la bobina. Para que la imagen adquirida con la bobina muestre cierta homogeneidad con respecto al ángulo de giro alrededor del eje de la bobina, es necesario que la distribución de corriente sea uniforme sobre la metalización, esto es, la bobina ha de ser eléctricamente pequeña a la frecuencia de trabajo. Para ello se distribuye la capacidad C_t a lo largo de la metalización a través de varios condensadores en serie de mayor capacidad como se muestra esquemáticamente en la Fig. C.3.

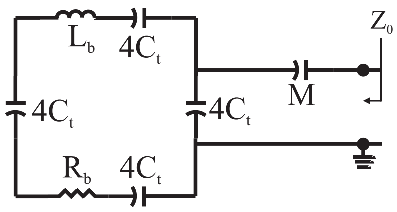

Figura C.3: Esquema circuital de la bobina inlcuyendo varios condensadores de ajuste de frecuencia de resonancia conectados en diferentes puntos de la metalización de la bobina para disminuir su longitud eléctrica.

El número de condensadores en serie empleados y la distancia entre ellos dependerá de la frecuencia de trabajo y del tamaño de la bobina. Como norma general, la distancia entre condensadores debe ser inferior a $\lambda/10$. Dado que los condensadores están en serie, el valor nominal de la capacidad de cada condensador se multiplica por el número de condensadores que se utilicen para que la capacidad resultante siga siendo la misma. En el caso de una bobina cuadrada de 12×12 cm^2 a la frecuencia de un escáner de 1.5 T (63.63 MHz) se utilizan cuatro condensadores de capacidad $4C_t$ como se muestra en la Fig. C.3. El esquema mostrado en la Fig. C.3 conectado al preamplificador y al cable coaxial como se muestra en la Fig. C.1, permite recibir la señal de forma óptima. Sin embargo, hay que añadir algunos bloques adicionales debido al método de adquisición empleado en RM. El proceso de adquisición en RM se divide en dos partes, la excitación de la muestra mediante pulsos intensos de RF y la posterior recepción de la señal reemitida por la muestra previamente excitada. El campo de RF de excitación no debe ser perturbado por la presencia de la bobina si esta trabaja en recepción. Por ello es necesario que la bobina no se encuentre en resonancia durante el proceso de excitación. Típicamente se emplean dos métodos distintos para desacoplar la bobina en recepción de las bobinas en transmisión: un método de desacoplamiento activo y otro de desacoplamiento pasivo. La Fig. C.4 muestra las configuraciones que hacen posible ambos tipos de desacoplamiento.

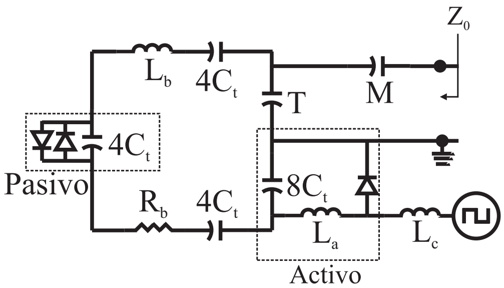

Figura C.4: Esquema circuital que incluye los dos tipos de desacoplamientos, el activo y el pasivo.

Para el desacoplamiento denominado activo, el condensador de capacidad $4C_t$ que forma parte de la red de adaptación de impedancias se sustituye por dos condensadores en serie, uno de ellos con capacidad $T \simeq 8C_t$ que pasa a ser el nuevo condensador en paralelo en la red de adaptación de impedancias y otro de capacidad $8C_t$ que es el que forma parte del desacoplamiento activo. El condensador empleado en el desacoplamiento activo se conecta a una bobina de autoinductancia L_a y a un diodo como se muestra en la Fig. C.4. El circuito LC así formado entre L_a y $8C_t$ debe resonar a la frecuencia de trabajo ω_0, siendo por tanto $L_a = 1/\omega_0^2 8C_t$. El punto de operación del diodo se determina a través de una señal rectangular que debe tener un valor alto durante el proceso de excitación y bajo durante el proceso de recepción. De esta forma durante el proceso de excitación el diodo se cortocircuita y el circuito LC se cierra produciendo un desdoble de la frecuencia de resonancia de la bobina impidiendo que esta perturbe el campo de excitación a la frecuencia de trabajo. Durante el proceso de recepción el circuito LC permanece abierto y la frecuencia de resonancia de la bobina vuelve a ser la frecuencia de trabajo. La señal rectangular que activa y desactiva el diodo se conecta al diodo a través de una bobina de autoinducción L_c, usualmente de valor $L_c \simeq 5$ μH, que filtra cualquier ruido de RF que introduzca esta señal. Por otro lado, el desacoplamiento pasivo consiste simplemente en un par de diodos cruzados conectados en paralelo con alguno de los condensadores de capacidad $4C_t$ repartidos a lo lago de la metalización de la bobina. Este par de diodos conducen si se genera una señal muy intensa en la bobina, como ocurre durante el proceso de excitación. El desacoplamiento pasivo se emplea habitualmente en bobinas para humanos como mecanismo de seguridad por si falla el desacoplamiento activo, que es controlado por la señal cuadrada que genera el sistema de RM. El circuito mostrado en la Fig. C.4 se conecta a la etapa amplificadora y esta al cable coaxial. Es en este circuito donde se deben reajustar los valores de T (de *tuning* o sintonía) y M (de *matching* o adaptación) para que la impedancia sea de 50 Ω.

C.2.2. Materiales e Instrumental

Una vez explicado el esquema circuital se describe el procedimiento experimental para fabricar y ajustar una bobina de RM. En la Fig. C.5 se muestra los materiales y el instrumental necesarios para llevar a cabo el ajuste de una bobina. Además del instrumental mostrado en la fotografía, también se emplea un analizador vectorial de redes, una estación de soldadura, una fuente de tensión DC y pinzas. La bobina se fabrica mediante fotograbado en un sustrato de FR4 y presenta una serie de cortes a lo largo de la pista donde posteriormente se conectarán los condensadores de capacidad $4C_t$ y $8C_t$. Los condensadores empleados en la fabricación de bobinas de RM son condensadores no-magnéticos de pérdidas ultra-bajas fabricados por *American Technical Ceramics* o *Voltronics*. Los diodos cruzados para desacoplamiento pasivo son del tipo UM9989 de *Microsemi* y los

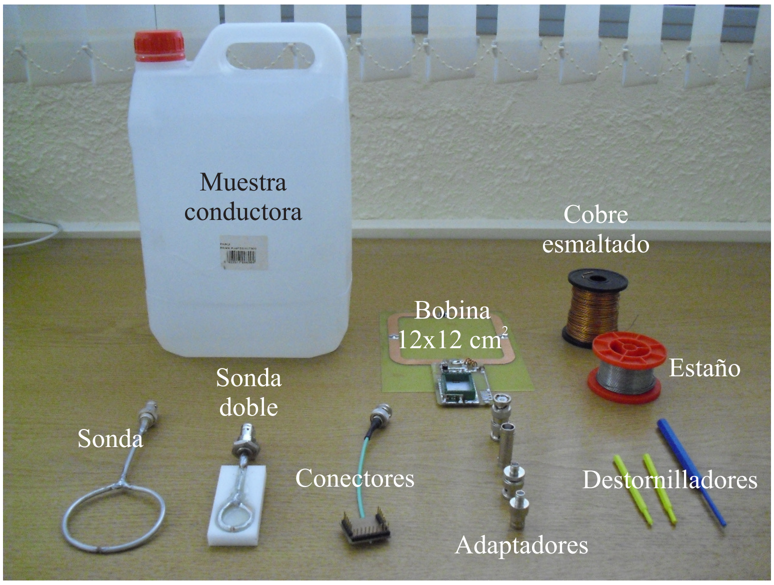

Figura C.5: Instrumental necesario para el proceso de ajuste de una bobina de RM.

diodos para desacoplamiento activo son diodos PIN del tipo UM9415 también de *Microsemi*. Finalmente, los inductores son de *Coilcraft*.

C.2.3. Determinación de C_t mediante la frecuencia de resonancia

El primer paso en el proceso de ajuste de una bobina de RM es determinar la capacidad del condensador C_t que hace resonar la bobina. Para ello se sigue el siguiente procedimiento:

- Se cortocircuitan todos los cortes a lo largo de la bobina excepto uno de ellos en el cual se conecta un condensador de capacidad variable (o *trimmer*), cuya capacidad es C_t cuando la bobina resuena a la frecuencia $63{,}63$ MHz.
- La sonda simple mostrada en la fotografía anterior se conecta al analizador de redes y se visualiza en la pantalla del mismo el coeficiente de reflexión S_{11}.
- Se sitúa la sonda simple frente a la bobina como se muestra en la Fig. C.6.a. En esta situación el S_{11} debe mostrar un mínimo a la frecuencia donde la

reactancia capacitiva del condensador cancela a la reactancia inductiva de la bobina.

- Si el S_{11} no muestra ningún mínimo se debe reajustar la capacidad del condensador variable haciendo uso de los destornilladores de ajuste o aumentar el rango de frecuencias que se muestran en el analizador de redes.

- Una vez localizado el mínimo del S_{11} se ajusta la capacidad del condensador variable hasta que la frecuencia a la cual se observa el mínimo del S_{11} sea ligeramente superior a $63{,}63$ MHz como se observa en la Fig. C.6.b.

- A continuación se mide la capacidad del condensador variable. Esta medida proporciona el valor de C_t que hace resonar a la bobina. Como se comentó anteriormente, no es necesario medir de forma exacta la capacidad C_t, debido a que esta se debe modificar cuando se conecte el condensador de adaptación M.

- Una vez conocido el valor de C_t se eliminan todos los cortocircuitos empleados para su medida y se sustituyen por condensadores de valor fijo con capacidad $4C_t$ u $8C_t$ según corresponda. Para el condensador T se utiliza como punto de partida una capacidad $8C_t$.

- Hay que tener en cuenta que debido a las limitaciones comerciales las capacidades empleadas difieren ligeramente de las calculadas. Por tanto, usar condensadores de capacidad menor o mayor que la capacidad correspondiente subirá o bajará, respectivamente, la frecuencia de resonancia.

- Una vez conectados todos los condensadores se vuelve a medir el S_{11} con la sonda simple situada frente a la bobina y el resultado debe ser similar al obtenido durante el proceso de medida de C_t (Fig. C.6.b).

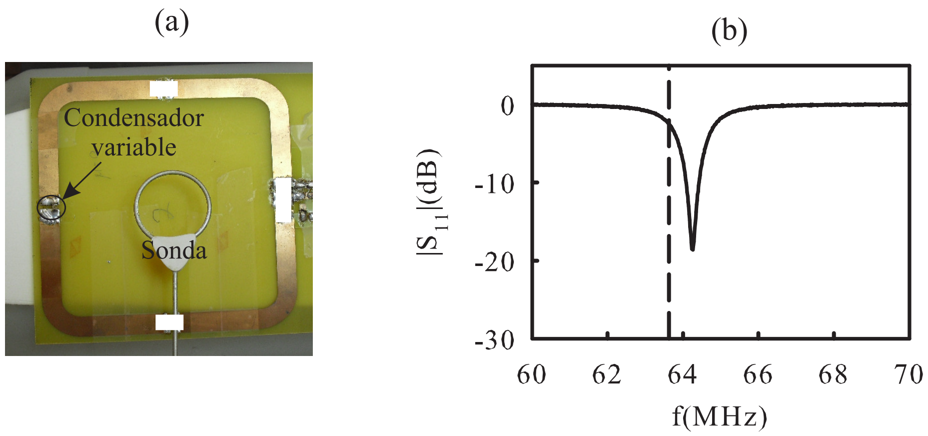

Figura C.6: (a) Fotografía donde se muestra la disposición para medir el S_{11} de la sonda frente a la bobina, las líneas blancas muestran los puntos donde se ha cortocircuitado la bobina y la flecha el punto donde está el condensador variable. (b) Gráfica donde se muestra el coeficiente de reflexión en la sonda para una cierta capacidad en el condensador variable.

C.2.4. Sintonización y adaptación de la bobina

Tras determinar la capacidad C_t y una vez conectados los condensadores correspondientes se procede a realizar la sintonización fina y adaptación de la bobina. Este procedimiento se realiza con la bobina situada sobre una muestra conductora o *phantom* que simula las propiedades eléctricas promedio del tejido humano y que en la práctica puede venir dador por un recipiente conteniendo una disolución salina como el mostrado en la Fig. C.5.

- Antes de empezar se conecta la bobina al analizador de redes mostrando en pantalla su coeficiente de reflexión S_{11}.

- En las posiciones correspondientes a los condensadores T y M, mostrados en la Fig. C.7.a, se deben emplear dos condensadores variables. Si es necesario, se emplarán condensadores en paralelo para elevar la capacidad total.

- Si se desea se puede sustituir alguno de los condensadores de capacidad fija $4C_t$ por otro condensador variable. Esto da otro grado de libertad, facilitando el proceso de sintonía y adaptación.

- Una vez conectados todos los condensadores variables deseados se ajustan sus valores hasta que el S_{11} correspondiente a la bobina muestra un mínimo a la frecuencia $63{,}63$ MHz inferior a -20 dB (Ver Fig. C.7.b).

- De forma alternativa se puede visualizar la impedancia en la carta de Smith y modificar los valores de los condensadores variables hasta que la impedancia medida desde el analizador de redes sea $50\ \Omega$

- Una vez sintonizada y adaptada la bobina se miden las capacidades de los condensadores variables y se sustituyen por condensadores de capacidad fija.

- Como se comentó anteriormente, los condensadores de capacidad fija pueden no proporcionar los valores deseados. Esto hace necesario ir probando diferentes combinaciones de condensadores en paralelo hasta obtener un S_{11} como el que se observa en la Fig. C.7.b.

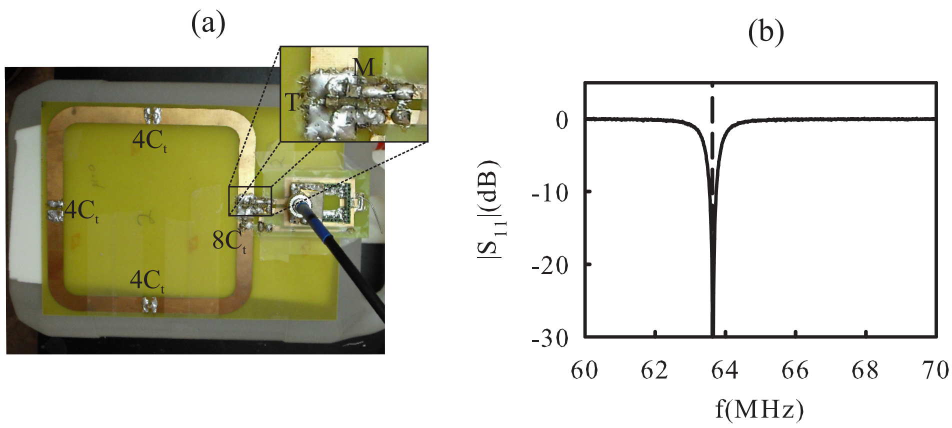

Figura C.7: (a) Fotografía de la disposición de los condensadores para adaptar la impedancia a $50\ \Omega$ a la frecuencia deseada. (b) Coeficiente de reflexión en la bobina cuando está adaptada.

C.2.5. Desacoplamientos activo y pasivo

El último paso es ajustar los circuitos de desacoplamiento con el campo de excitación. El desacoplamiento pasivo se implementa simplemente soldando los diodos cruzados en paralelo con alguno de los condensadores (Fig. C.4). En cuanto al procedimiento de ajuste del desacoplamiento activo, requiere los siguientes pasos

- El desacoplamiento activo (Fig. C.4) se realiza mediante el condensador fijo de capacidad $8C_t$, la bobina L_a y un diodo PIN.

- Este diodo se conecta a una fuente de tensión DC a través de la bobina de autoinducción $L_c = 5$ nH. La fuente debe proporcionar una tensión V_{cc} superior a la tensión umbral del diodo. En este caso se emplean 15 V porque esta es la tensión empleada típicamente en cualquier escaner de Siemens. La corriente eléctrica en la fuente debe estar limitada y no ser superior a 50 mA para así evitar que la bobina L_c se queme.

- Para determinar si el desacoplamiento activo está correctamente ajustado se emplean dos sondas desacopladas por solapamiento. El coeficiente de transmisión S_{21} entre estas dos sondas debe ser inferior a -70 dB.

- La bobina de autoinducción L_a se fabrica a mano mediante un hilo de cobre esmaltado en función de la capacidad $8C_t$ empleada en el desacoplamiento activo. Para fabricar la bobina se hace uso de algún objeto cilíndrico, como un destornillador, enrollando el hilo de cobre en forma de bobina sobre este objeto. El valor de L_a queda determinado por el número de vueltas, el diámetro y la separación entre vueltas. Finalmente es necesario quitar el esmalte del hilo de cobre en los extremos para soldarlo.

- Una vez conectados los componentes se sitúan sobre la bobina las dos sondas desacopladas conectadas cada una a un canal del analizador de redes y se muestra en pantalla el S_{21}. Dado que las dos sondas están desacopladas, el S_{21} será proporcional a la corriente eléctrica inducida en la bobina.

- Si $V_{cc} = 0$ V, el diodo no está polarizado lo que impide el paso de corriente a través del bloque de desacoplamiento activo y, por tanto, el S_{21} debe presentar un máximo a $63{,}63$ MHz que es la frecuencia de resonancia de la bobina (curva negra de la Fig. C.8.b). Esta configuración se corresponde al modo de trabajo en recepción.

- Si $V_{cc} = 15$ V, el diodo permite el paso de corriente a través del bloque de desacoplamiento activo de forma que el circuito LC formado por la bobina L_a y el condensador $8C_t$ resuena y se acopla con la bobina, que resuena a la misma frecuencia, produciéndose así un desdoblamiento en la frecuencia de resonancia que saca a la bobina de la frecuencia de resonancia y le impide operar correctamente a $63{,}63$ MHz. Si la autoinducción de la bobina L_a es la correcta, el S_{21} que se muestra en el analizador de redes debe presentar un mínimo (curva roja en la Fig. C.8.b). Esta configuración se corresponde con el modo de operación en transmisión.

- Es importante que el mínimo del S_{21} esté a la frecuencia de trabajo. Si no es así, se debe modificar la bobina L_a convenientemente hasta que esto ocurra.

- Finalmente, solo es necesario conectar el preamplificador y el cable para su

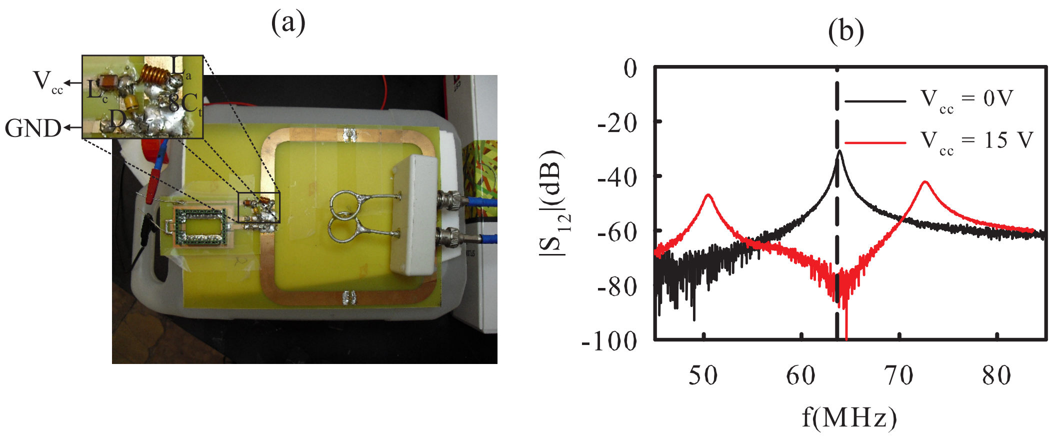

Figura C.8: (a) Fotografía del método de comprobación del desacoplamiento activo donde se muestran las dos sondas solapadas frente a la bobina. (b) Coefiente de transmisión entre las dos sondas cuando $V_{cc} = 0$ V y $V_{cc} = 15$ V.

funcionamiento.

C.3. Sintonización de arreglos de dos canales

Una vez descrito el proceso de ajuste de una bobina en recepción se procede a describir el ajuste de un arreglo de dos bobinas. Se dispone de dos bobinas cuadradas idénticas a la empleada en la sección anterior suponiendo que ya han sido completamente ajustadas individualmente. En los arreglos de bobinas uno de los factores más importantes a tener en cuenta durante el proceso de ajuste es el acoplamiento magnético. Si dos bobinas sintonizadas a la misma frecuencia se acercan la frecuencia de resonancia de cada bobina se desdobla de tal forma que la sensibilildad de las bobinas a la frecuencia de trabajo se reduce. Existen diferentes métodos para desacoplar bobinas dependiendo de la distancia que las separa. Bobinas adyacentes pueden desacoplarse solapándolas [20], de forma que el flujo del campo magnético generado por la primera bobina a través de la segunda se anule, o mediante la reactancia negativa proporcionada por una capacidad que cancele la reactancia positiva correspondiente a la inducción mutua [64]. Estos dos métodos son válidos únicamente para bobinas adyacentes. Para bobinas más alejadas entre sí se recurre a preamplificadores de baja impedancia [20]. A continuación se describe el procedimiento para desacoplar dos bobinas a través de los tres métodos mencionados.

C.3.1. Desacoplamiento mediante bobinas solapadas

La forma más inmediata de reducir el acoplamiento magnético entre dos bobinas es solaparlas hasta que la inductancia mutua entre ellas se anule [20]. La Fig. C.9 muestra un esquema circuital de dos bobinas desacopladas por solapamiento. Para este caso consistente en dos bobinas cuadradas la inductancia mutua se anula cuando la distancia entre los centros es aproximadamente 0.9 veces la longitud de la arista de las bobinas, L [20]. En el caso de bobinas circulares la distancia entre los centros ha de ser aproximadamente 0.7 veces el diámetro [20]. La distancia

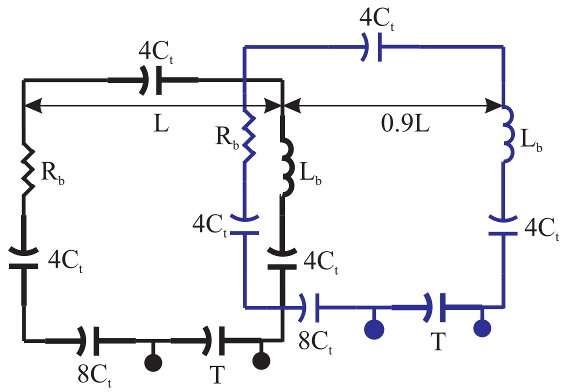

Figura C.9: Esquema circuital de dos bobinas solapadas para anular el acoplamiento magnético entre ellas. La distancia entre los centros debe ser aproximadamente $0{,}9d$.

exacta se determina experimentalmente como sigue:

- Se conecta cada bobina a un canal del analizador de redes y se visualizan en pantalla los coeficientes S_{11}, S_{22} y S_{21}.

- Con las bobinas conectadas al analizador de redes éstas se solapan ajustando la distancia entre ellas (Fig. C.10.a) hasta que en las curvas correspondientes al S_{11} y al S_{22} se observe un único mínimo y el valor del S_{21} a la frecuencia deseada sea lo menor posible como se muestra en la Fig. C.10.b.

- Una vez alcanzada esta situación se fija la distancia entre las bobinas.

- Puede observarse que la frecuencia de resonancia de las bobinas se ha desplazado ligeramente como consecuencia de las capacidades residuales que se forman entre las pistas solapadas. Es por ello que hay que reajustar la frecuencia de resonancia de las bobinas repitiendo los pasos explicados en el apartado C.2.4.

- Una vez finalizado el proceso en el analizador de redes se debe observar algo similar a la Fig. C.10.b.

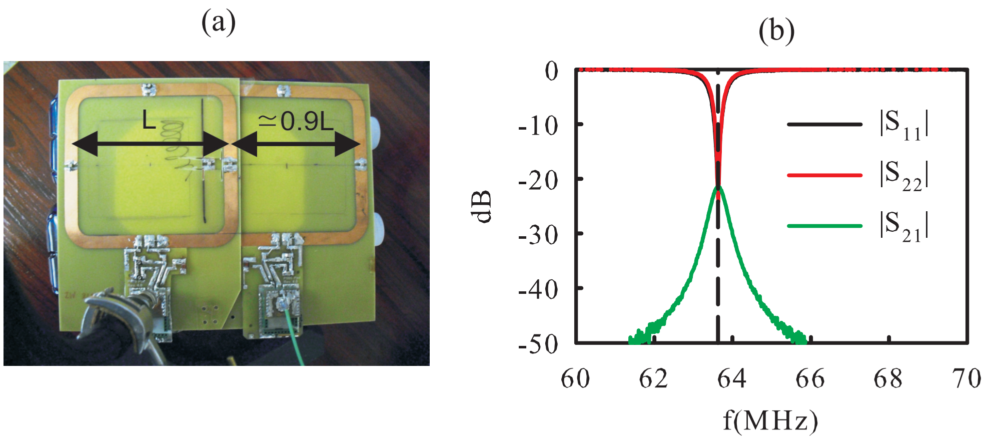

Figura C.10: (a) Fotografía de un arreglo de dos bobinas solapadas de tal forma que se anula el flujo de campo magnético entre ellas. (b) Coeficientes de reflexión y transmisión para la configuración mostrada.

C.3.2. Desacoplamiento capacitivo

La Fig. C.11 muestra el esquema circuital de dos bobinas desacopladas capacitivamente. Estas bobinas comparten pista y, por tanto, la distancia entre sus centros es igual a la longitud de su arista. En la pista que comparten ambas bobinas se conecta un condensador de capacidad C_c que introduce una reactancia mutua

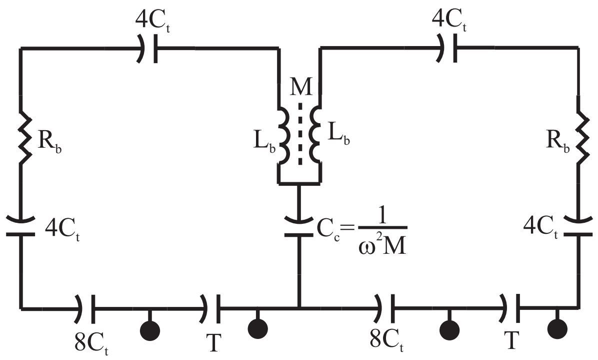

Figura C.11: Esquema circuital de un arreglo formado por dos bobinas desacopladas capacitivamente.

negativa [64] de forma que el acoplamiento entre las dos bobinas está dado por

$$j\omega M + \frac{1}{j\omega C_c} \tag{C.1}$$

Por tanto, el acoplamiento entre las dos bobinas puede cancelarse si el condensador que comparten ambas bobinas tiene una capacidad $C_c = \frac{1}{\omega^2 M}$. Experimentalmente se procede de la siguiente forma:

- Al igual que en el caso anterior se conecta cada bobina a un canal del analizador de redes y se muestra en pantalla los coeficientes S_{11}, S_{22} y S_{21}.
- Se sustituye el condensador común de capacidad $4C_t$ por un condensador de capacidad variable (Fig. C.12.a.)

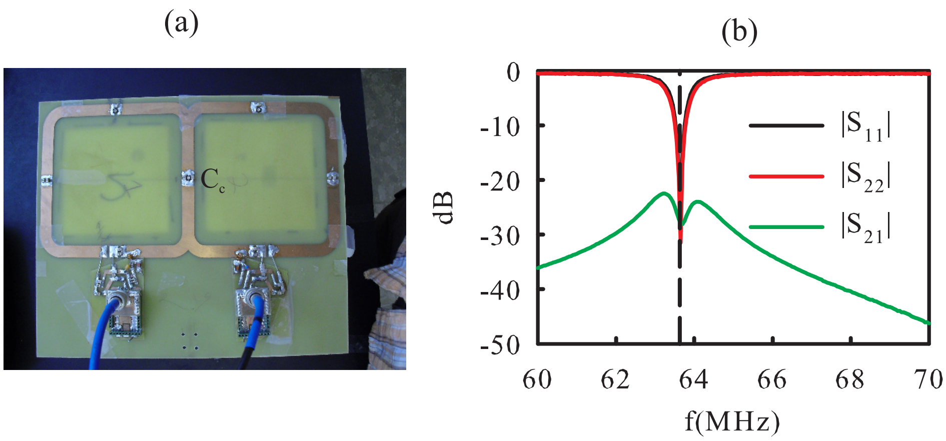

Figura C.12: (a) Fotografía de un arreglo de dos antenas desacopladas capacitivamente. (b) Coeficientes de reflexión y transmisión para obtenidos para la configuración mostrada en la fotografía.

- Se modifica la capacidad del condensador variable hasta que el S_{21} muestre el mínimo valor posible a la frecuencia de trabajo al mismo tiempo que el S_{11} y el S_{22} presentan un único mínimo.
- Hay que tener en cuenta que la capacidad del condensador variable C_c afecta a la frecuencia de resonancia de las bobinas. Por tanto, tras ajustar la capacidad C_c será necesario reajustar los condensadores T y M, como se indica

en el apartado C.2.4, hasta que la frecuencia de resonancia vuelva a ser $63{,}63$ MHz al mismo tiempo que el S_{21} se mantiene en valores inferiores a -20 dB.

- Finalizado el proceso de desacoplo el analizador de redes debe mostrar un resultado similar al mostrado en la Fig. C.12.b

C.3.3. Desacoplamiento mediante preamplificadores

De forma general, un arreglo puede estar constituido por más de dos bobinas. Las bobinas no adyacentes no pueden ser desacopladas mediante los dos métodos anteriores. Para reducir el acoplamiento entre bobinas no adyacentes se hace uso de preamplificadores de baja impedancia de entrada [20]. En la introducción de este apéndice se ha comentado que los preamplificadores se utilizan para elevar el nivel de la señal por encima del ruido de fondo que introduce el cable coaxial. Sin embargo, en arreglos de bobinas los preamplificadores tienen la función adicional de reducir el acoplamiento magnético entre bobinas. Para reducir el acoplamiento se implementa una etapa adicional que se muestra en la Fig. C.13 y que consiste en un desfasador (o *phase shifter*). La nueva etapa situada a la entrada del preamplificador no realiza ninguna transformación sobre la impedancia de $50\ \Omega$ vista desde el preamplificador, simplemente cambia la fase del coeficiente de reflexión [77]. En el sentido inverso, la nueva etapa transforma la impedancia del preamplificador de forma que la impedancia vista desde la bobina es próxima a un abierto. De esta forma, la corriente eléctrica en cada bobina

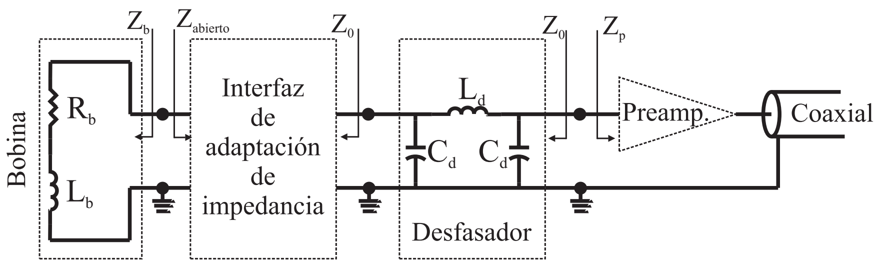

Figura C.13: Esquema circuital donde se muestra el bloque correspondiente al desfasador que permite reducir el acoplamiento entre bobinas.

como consecuencia de la fem inducida por otras bobinas es relativamente pequeña como consecuencia de la alta impedancia observada desde la bobina. De esta forma, el acoplamiento entre bobinas se reduce. Aunque la primera etapa observada desde la bobina transforma su impedancia en la impedancia característica del cable coaxial ($50\ \Omega$), en la entrada del preamplificador se producen reflexiones debido a su baja impedancia de entrada. La baja transmisión en la entrada del preamplificador se compensa a través de una alta ganancia con preamplificadores cuyo diseño se realiza optimizando su figura de ruido [77]. Por ejemplo, los preamplificadores usados típicamente en bobinas de 1.5 T de Siemens poseen un coeficiente de reflexión $\Gamma = 0{,}96e^{j\phi}$ con $\phi = 150^{\circ}$ ($Z_p \simeq 1{,}1 + j13{,}4\ \Omega$) con una ganancia típica de 30 dB. Existen diferentes circuitos que permiten transformar la impedancia de entrada del preamplificador vista desde la bobina al mismo tiempo que mantiene la impedancia de $50\ \Omega$ vista desde el preamplificador [77]. El circuito empleado en las bobinas fabricadas para la presente tesis es un circuito π formado por dos condensadores de capacidad C_d y una bobina de autoinductancia L_d. Valores aproximados de C_d y L_d se pueden obtener imponiendo que la impedancia vista desde el preamplificador es $Z_0 = 50\ \Omega$ y que la impedancia vista desde la bobina es infinita. Para determinar experimentalmente que el circuito π está correctamente ajustado se procede de la siguiente forma:

- Se conectan dos sondas desacopladas por solapamiento a dos canales del analizador de redes y se visualiza en la pantalla el S_{21}.
- Se conectan los condensadores y la bobina con los valores C_d y L_d obtenidos tras imponer las condiciones mencionadas anteriormente según el esquema que se muestra en la Fig. C.13.
- Se conecta el preamplificador y se polariza con la tensión de 15 V de DC de la fuente de tensión.
- Se sitúan las dos sondas desacopladas sobre la bobina como se muestra en la Fig. C.14.a. Si los valores de C_d y L_d son correctos el S_{21} debe tener un mínimo a la frecuencia de trabajo como se observa en la Fig. C.14.b.

- Para comparar se puede sustituir el preamplificador por una carga de 50 Ω que simule un preamplificador con impedancia de entrada 50 Ω. Como se observa en la Fig. C.14.b, el S_{21} es 20 dB inferior cuando se emplea un preamplificador de baja impedancia de entrada.

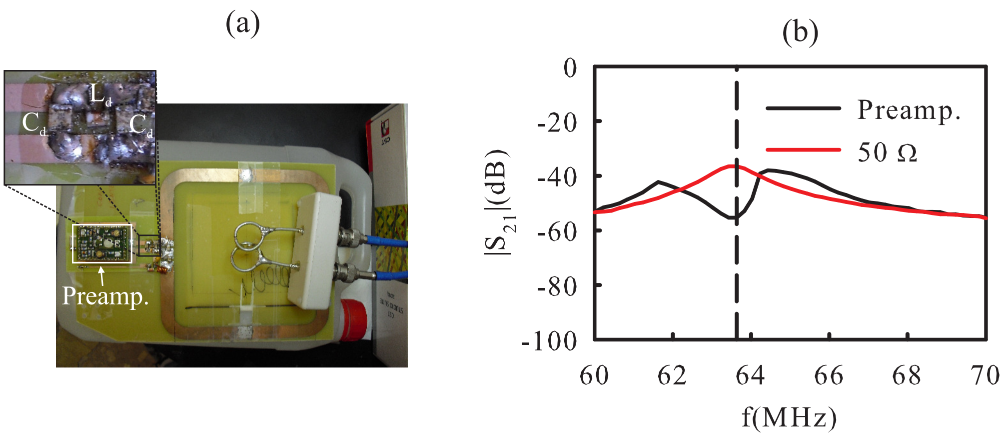

Figura C.14: (a) Fotografía en la que se muestra el método para determinar si el desfasador está correctamente ajustado (b) Coeficiente de reflexión medidos usando un preamplificador de baja impedancia de entrada y una carga de 50 Ω.

Bibliografía

[1] P. Suetens, *Fundamentals of Medical Imaging*, Cambridge University Press, Second Edition, 2009. Citado en las páginas 1, 7, 25, 116, 120, 137, 154 y 155.

[2] R. Marqués, F. Martín, M. Sorolla, *Metamaterials with negative parameters: Theory and microwave applications,* John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2008. Citado en las páginas 2, 37, 38, 39, 41, 44, 58, 59, 61, 68, 69 y 83.

[3] J.B. Pendry, "Negative refraction makes perfect lens" *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 3966-3969, 2000. Citado en la página 2.

[4] Griswold MA, Jakob PM, Nittka M, et al, "Partially parallel imaging with localized sensitivities (PILS)" *Magn. Reson. Med.*, vol. 44, pp. 602, 2000. Citado en las páginas 3, 5, 34, 35, 80, 155, 156, 166, 167 y 179.

[5] Sodickson DK, Manning WJ. "Simultaneous acquisition of spatial harmonics (SMASH): fast imaging with radiofrequency coil arrays" *Magn. Reson. Med.*, vol. 38, pp. 591, 1997. Citado en la página 35.

[6] K.P. Pruessmann, M. Weiger, M.B. Scheidegger, and P. Boesiger. "SENSE: Sensitivity Encoding for Fast MRI" *Magn. Reson. Med.*, vol. 42, pp. 952, 1999. Citado en las páginas 35, 156, 157, 167, 175, 180 y 192.

[7] Jakob PM, Griswold MA, Edelman RR, Sodickson DK. "AUTO-SMASH, a self-calibrating technique for SMASH imaging" *MAGMA*, vol. 7, pp. 42, 1998. Citado en la página 35.

[8] F.A. Breuer, S.A.R. Kannengiesser, M. Blaimer, N. Seiberlich, P.M. Jakob and M.A. Griswold. "General Formulation for Quantitative G-factor Calculation in GRAPPA Reconstructions" *Magn. Reson. Med.*, vol. 62, pp. 739, 2009. Citado en las páginas 6, 80, 156, 157, 162, 167, 180, 183, 185, 189 y 193.

[9] Griswold MA, Jakob PM, Heidemann RM, et al, "Generalized autocalibrating partially parallel acquisi-tions (GRAPPA)" *Magn. Reson. Med.*, vol. 47, pp. 1202, 2002. Citado en las páginas 3, 6, 34, 35, 80, 155, 156, 157, 167, 179, 180 y 189.

[10] M.J. Freire, R. Marques, L. Jelinek,"Experimental demonstration of a $\mu = -1$ metamaterial lens for magnetic resonance imaging " *Appl. Phys. Lett.*, vol. 93, p. 231108, 2008. Citado en las páginas 4, 58, 60, 61, 63, 64, 66, 67, 68, 69, 75, 77, 79, 80, 95, 97, 100, 102, 105, 107, 108, 118, 119, 120, 122, 123, 124, 127, 128, 131, 137, 142, 151, 157, 158, 161 y 186.

[11] E.M. Haacke, R.W. Brown, M.R. Thompson, R. Venkatesan, *Magnetic Resonance Imaging: Physical Principles and Sequence Design*, Wiley, 1999. Citado en las páginas 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 19, 23, 24, 25, 28, 34, 84, 116, 120, 132, 137, 153, 154 y 155.

[12] Tal Geva, MD, "Magnetic Resonance Imaging: Historical Perspective" *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, vol. 8, pp. 573-580, 2006. Citado en la página 7.

[13] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M.L. Sands, *Física, Volumen 2*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1987. Citado en las páginas 9, 10, 12 y 39.

[14] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M.L. Sands, *Física, Volumen 3*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1987. Citado en la página 10.

[15] E.K. Insko, M.A. Elliott, J.C. Schotland, and J.S. Leigh, "Generalized reciprocity" *J. Magn. Reson.*, vol. 131, pp. 111-117, 1998. Citado en las páginas 22 y 115.

[16] D.I. Hoult and R.E. Richards, "The signal-to-noise ratio of the nuclear magnetic resonance experiment" *J. Magn. Reson.*, vol. 24, pp. 71-85, 1976. (Pendientes para el Capítulo 1) Citado en la página 22.

[17] J.B. Johnson, "Thermal Agitation of Electricity in Conductors" *Physical Review*, vol. 32, pp. 97-109, 1928. Citado en la página 26.

[18] H. Nyquist, "Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors" *Physical Review*, vol. 32, pp. 110-113, 1928. Citado en la página 26.

[19] J. Wang, A. Reykowski, J. Dickas, "Calculation of the Signal-to-Noise Ratio for Simple Surface Coils and Arrays of Coils ", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 42(9), pp. 908-917, 1995. Citado en las páginas 27, 28, 80 y 154.

[20] P.B. Roemer, W.A. Edelstein, C.E. Hayes, S.P. Souza and O.M. Mueller, "The NMR phased array" *Magn. Reson. Med.*, vol. 16, pp. 192, 1990. Citado en las páginas 35, 80, 135, 154, 156, 160, 166, 167, 168, 169, 170, 173, 177, 209 y 213.

[21] E. Hecht, *Óptica*, Addisson Wesley Iberoamericana, Madrid, 2000. Citado en las páginas 37 y 67.

[22] J.D. Landau, E.M. Lifshitz, and L.P. Pitaevskii, *Electrodynamics of Continuous Media,* Pergamon, NJ, 1984. Citado en la página 41.

[23] S. Maslovski and S. Tretyakov, "Phase conjugation and perfect lensing" *J. Appl. Phys.*, vol. 94, pp. 4241-4243, 2003. Citado en la página 53.

[24] S. Maslovski and S. Tretyakov, "Perfect lensing with phase-conjugating surfaces: toward practical realization" *New Journal of Physics*, vol. 14, pp. 035007, 2012. Citado en la página 53.

[25] R. Marques, L. Jelinek, M.J. Freire, J.D. Baena, M. Lapine, "Bulk metamaterials made of resonant rings " *Proc. IEEE*, vol. 99, pp. 1660-1668 (2011). Citado en las páginas 58, 60 y 61.

[26] J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, W.J. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena " *IEEE Trans. Microwave Tech.* vol. 47, pp. 2075-2084, 1999. Citado en la página 59.

[27] M.C.K. Wiltshire, J.B. Pendry, I.R. Young, D.J. Larkman, D.J. Gilderdale and J.V. Hajnal, "Microstructured Magnetic Materials for RF Flux Guides in Magnetic Resonance Imaging " *Science*, vol. 291, pp. 849 ,2001. Citado en la página 60.

[28] M. Allard, R.M. Henkelman, "Using metamaterial yokes in NMR measurements " *J. Magn. Reson.* vol. 182, pp. 200-207, 2006. Citado en la página 60.

[29] M.C.K. Wiltshire, "Radio frequency (RF) metamaterials " *Phys. Stat. Sol. (b)* vol. 244, pp. 1227-1236, 2007. Citado en la página 60.

[30] V.C. Behr, A. Haase, P.M. Jakob, "RF flux guides for excitation and reception in ^{31}P spectroscopic and imaging experiments at 2 Tesla " *Concepts in Magnetic Resonance. Part B, Magnetic Resonance Engineering* vol. 23B(1), pp. 44-49, 2004. Citado en la página 60.

[31] C.P. Scarborough, Z.H. Jiang, D.H. Werner, C. Rivero-Baleine, C. Drake, "Experimental demonstration of an isotropic metamaterial super lens with negative unity permeability at 8.5 MHz " *Appl. Phys. Lett.*, vol. 101, pp. 014101, 2012. Citado en las páginas 60, 61 y 139.

[32] X. Radu, D. Garray, C. Craeye, "Toward a wire medium endoscope for MRI imaging " *Metamaterials*, vol. 3, pp. 90-99, 2009. Citado en las páginas 60 y 61.

[33] M.J. Freire, L. Jelinek, R. Marques and M. Lapine, "On the applications of $\mu = -1$ metamaterial lenses for magnetic resonance imaging", *J. Magn. Reson.*, vol. 203, pp. 81-90, 2010. Citado en las páginas 61, 123 y 124.

[34] J.M. Algarin, M.A. Lopez, M.J. Freire and R. Marques, "Signal-to-noise ratio evaluation in resonant ring metamaterial lenses for MRI applications", *New*

Journal of Physics, vol. 13, pp. 115006 1-12, 2011. Citado en las páginas 126, 131, 136, 137, 139, 142, 151, 161, 165, 171 y 172.

[35] M.A. Lopez, M.J. Freire, J.M.Algarin, V.C. Behr, P.M. Jakob and R. Marques, “Nonlinear split-ring metamaterial slabs for magnetic resonance imaging”, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 98, pp. 133508 1-3, 2011. Citado en las páginas 66, 118 y 142.

[36] J.M. Algarin, M.J. Freire, M.A. Lopez, M. Lapine, P.M. Jakob, V.C. Behr and R. Marques, “Analysis of the resolution of split-ring metamaterial lenses with application in parallel magnetic resonance imaging”, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 98, pp. 014105 1-3, 2011. Citado en las páginas 124, 136, 158, 161 y 166.

[37] M.J. Freire, M.A. Lopez, J.M. Algarin, F. Breuer, and R. Marques, “Image acceleration in parallel magnetic resonance imaging by means of metamaterial magnetoinductive lenses”, *AIP Advances*, vol. 2, pp. 022136 1-7, 2012. Citado en las páginas 162, 165, 166, 173 y 182.

[38] J. M. Algarin, M.J. Freire, F. Breuer, V. C. Behr, “Metamaterial lens performance as a function of field strength”, *J. Magn. Reson. vol.* 247, pp. 9-14, 2014. Citado en las páginas 61, 138, 139 y 140.

[39] J.D.Baena, L.Jelinek, R.Marqués and M.Silveirinha, “Unified homogenization theory for magnetoinductive and electromagnetic waves in split-ring metamaterials” *Phys. Rev. A*, vol. 78, 013842, 2008. Citado en las páginas 66, 143 y 144.

[40] L. Jelinek, R.Marqués, M.J. Freire, “Accurate modelling of split ring metamaterial lenses for magnetic resonance imaging applications”, *J. Appl. Phys.*, vol. 105, pp. 024907, 2009. Citado en las páginas 66, 103, 118 y 162.

[41] J. M. Algarín, M. J. Freire, R. Marqués, “Comparative analysis of the transfer function of closed and open split-ring metamaterial slab lenses”, *Metamaterials*, vol. 5, pp. 107-11, 2011. Citado en las páginas 67, 129, 158 y 162.

[42] J. Jevtic , "Ladder Networks for Capacitive Decoupling in Phased-Array Coils " in *Proceedings of the 9th Annual Meeting of ISMRM*, 17, 2393, 2001. Citado en las páginas 80, 166, 167, 169, 173 y 177.

[43] R.F. Lee, R.O. Giaquinto, C.J. Hardy, "Coupling and decoupling theory and its application to the MRI phased array " *Magn. Reson. Med.*, vol.48(1), pp. 203-13, 2002. Citado en las páginas 80, 166, 167 y 177.

[44] D.I. Hoult and P.C. Lauterbur "The sensitivity of the zeugmatographic experiment involving human samples" *J. Magn. Reson.*, vol. 34, pp. 425 1979. Citado en las páginas 84, 117 y 137.

[45] W.A. Edelstein, G.H. Glover, C.J. Hardy and R.W. Redington,"The intrinsic signal-to-noise ratio in NMR imaging"*Magn. Reson. Med.*, vol. 3 pp. 604, 1986. Citado en las páginas 85, 167 y 169.

[46] O. Ocali and E. Atalar, "Ultimate Intrinsic Signal-to-Noise Ratio in MRI"*Magn. Reson. Med.*, vol. 39, pp. 462-473, 1998. Citado en la página 85.

[47] C.A. Balanis, *Antenna theory: analysis and design*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 1997. Citado en la página 85.

[48] B. Carnahan, H.A. Luther and J.O. Wilkes, *Cálculo numérico, Métodos, Aplicaciones* John Wiley & Sons, Trans-Editions, 1979. Citado en las páginas 89 y 98.

[49] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukilsky and W.T. Vetterling, *Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing (FORTRAN Version)*, Cambridge University Press, 1989. Citado en las páginas 90, 93, 99, 101, 172 y 178.

[50] M. Lapine, L. Jelinek, R. Marqués and M.J. Freire "Exact modelling method for discrete finite metamaterial lens " *IET Microw. Antennas Propag.*, vol. 4, pp. 1132-1139, 2010. Citado en las páginas 95, 109 y 120.

[51] D.M. Pozar, *Microwave Engineering,* John Wiley & Sonso, 3rd ed. 2005. Citado en las páginas 97, 178, 195, 198 y 199.

[52] A. Elhawil, J. Stiens, C. De Tandt, W. Ranson and R. Vounckx, "An Equivalent Circuit Model of Single Circular Open-Ring Resonators"*IEEE J. Sel. Top. Quantum Electr.*, vol. 16, pp. 380-385, 2010. Citado en las páginas 98, 99, 104 y 107.

[53] M.D. Harpen, "Sample noise with circular surface coils", *Med. Phys.*, vol. 14 (4), pp. 616-618, 1987. Citado en las páginas 117 y 137.

[54] M.J. Freire, and R. Marques, "Planar magnetoinductive lens for three-dimensional subwavelength imaging", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 86, pp. 182505 1-3, 2005. Citado en las páginas 131, 137, 151 y 161.

[55] M.J. Freire and R. Marques, "Near-field imaging in the megahertz range by strongly coupled magnetoinductive surfaces: Experiment and ab initio analysis", *J. Appl. Phys.* vol. 100, pp. 063105 1-9, 2006. Citado en la página 137.

[56] M.J. Freire and R. Marques, "the magnetoinductive lens: Improvement, limits, and possible applications", *J. Appl. Phys.* vol. 103, pp. 013115 1-7, 2008. Citado en las páginas 131, 137, 151, 161 y 172.

[57] P.M. Robson, A.K. Grant, A.J. Madhuranthakam, R. Lattanzi, D.K. Sodickson, C.A. McKenzie, "Universal approach to quantification of SNR and g-factor for parallel MRI", Presented at 15th Annu. Meet. Exhibit. ISMRM, Berlin, Germany, 2007. Citado en las páginas 135, 140, 148, 165 y 180.

[58] M.A. Ohliger, P. Ledden, C.A. McKenzie and D.K. Sodickson, "Effects of inductive coupling on parallel MR image reconstruction", *Magn. Reson. Med.*, vol. 52, pp. 628-639, 2004. Citado en las páginas 148, 149 y 161.

[59] T. Vaughan,L. DelaBarre, C. Snyder, J. Tian, C. Akgun, D. Shrivastava, W. Liu, C. Olson G. Adriany, J. Strupp, P. Andersen, A. Gopinath. P. F. van de Moortele, M. Garwood, K. Ugurbil, "9.4T Human MRI: Preliminary Results ", *Mag. Reson. Med.*, vol. 56, pp. 1274-1282, 2006. Citado en la página 153.

[60] D. Gareis, T. Neuberger, V. C. Behr, P. M. Jakob, C. Faber and M. A. Griswold, "Transmit-receive coil-arrays at 17.6T, configurations for 1H, 23Na, and 31P MRI ", *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering*, vol. 29B, pp. 20-27, 2006. Citado en la página 153.

[61] C.E. Hayes and L. Axel, "Noise performance of surface coils for magnetic resonance imaging at 1.5 T", *Med. Phys.*, vol. 12(5), pp. 604-607, 1985. Citado en la página 156.

[62] D. Gareis, T. Neuberger, V.C. Behr, P.M. Jakob, C. Faber, and M.A. Griswold, "Transmit-receive coil-arrays at 17.6T, configurations for 1H, 23Na and 31P MRI", *Concepts Magn. Reson.*, vol. 29B, pp. 20-27, 2006. Citado en la página 156.

[63] M.J. Freire, M.A. Lopez, F. Meise, J.M. Algarín, P.M. Jakob, M. Bock, "A broadside-split-ring resonator-based coil for MRI at 7 T ", *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 32(6), pp. 1081-1084, 2013. Citado en la página 156.

[64] J. Wang, "A novel method to reduce the signal coupling of surface coils for MRI ", Presented at 4th Annu. Meet. Exhibit. ISMRM, New York, USA, 1996. Citado en las páginas 160, 169, 173, 175, 177, 181, 183, 185, 209 y 212.

[65] A. Jesmanowicz, J. S. Hyde, W. Froncisz and J. B. Kneeland, "Noise correlation ", *Magn. Reson. Med.*, vol.20, pp. 36-47, 1991 Citado en la página 167.

[66] R. Brown, Y. Wang, P. Spincemaille and R. F. Lee, "On the noise correlation matrix for multiple radio frequency coils " *Magn. Reson. Med.*, vol.58, pp. 218-224, 2007 Citado en la página 167.

[67] N.I. Avdievich, J.W. Pan and H.P. Hetherington, "Resonant inductive decoupling (RID) for transceiver arrays to compensate for both reactive and resistive components of the mutual impedance ", *NMR in Biomedicine*, vol. 26, pp. 1547-1554, 2013. Citado en la página 167.

[68] J.M. Algarín, F. Breuer, V.C. Behr and M.J. Freire, “Analysis of the noise correlation in MRI coil arrays loaded with metamaterial magnetoinductive lenses ”, *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. XX, pp. XXXXX, 2015. Citado en la página 170.

[69] P.S. Wei, S. King, M.J. Smith, J. Matwiy and C.P. Bidinosti, “Accurate phased array modeling in the presence of coupling ”, Presented at 21th Annu. Meet. Exhibit. ISMRM, Salt Lake City, Utah, USA, 2013. Citado en las páginas 170 y 177.

[70] P. Kellman and E.R. McVeigh, “Image reconstruction in SNR units: a general method for SNR measurement ”, *Magn. Reson. Med.*, vol. 54, pp. 1439-1447, 2005. Citado en la página 175.

[71] M.A. Ohliger and D.K. Sodickson, “An introduction to coil array design for parallel MRI ”, *NMR Biomed.*, vol. 19, pp. 300-315, 2006. Citado en la página 183.

[72] M. Weiger, K.P. Pruessmann, C. Leussler, P. Röschmann, and P. Boesiger, “Specific coil design for SENSE: a six-element cardiac array”, *Magn. Reson. Med.*, vol. 45, pp. 495-504, 2001. Sin citar.

[73] J.A. de Zwart, P.J. Ledden, P. Kellman, P. van Gelderen and J.H. Duyn, “Design of a SENSE-optimized high-sensitivity MRI receive coil for brain imaging”, *Magn. Reson, Med.*, vol. 47, pp. 1218-1227, 2002. Citado en la página 183.

[74] P.M. Robson, A.K. Grant, A.J. Madhuranthakam, R. Lattanzi, D.K. Sodickson and C.A. McKenzie, “Comprehensive quantification of signal-to-noise ration and g-factor for image-based an k-sapce-based parallel imaging reconstructions ”, *Magn. Reson. Med.*, vol. 60, pp. 895-907, 2008. Citado en la página 185.

[75] F. Wiesinger, P-F. Van de Moortele, G. Adriany, N. De Zanche, k. Ugurbil and K.P. Pruessmann, “Parallel imaging performance as a function of

field strength - an experimental investigation using electrodynamic scaling ”, *Magn. Reson. Med.*, vol. 52, pp. 953-964, 2004. Citado en la página 185.

[76] J. Wang, B. Zhang, K. Zhong and Y. Zhuo, “Image Domain Based Fast GRAPPA Reconstruction and relative SNR degradation Factor” *Proc 13th Annual Meeting ISMRM*, Miami, 2005:2428. Citado en la página 193.

[77] A. Reykowski, S.M. Wright and J.R. Porter, “Design of matching networks for low noise preamplifiers ”, *Magn. Reson. Med.*, vol. 33, pp. 848-852, 1995. Citado en las páginas 213 y 214.

Publicaciones y actividades relacionadas

Publicaciones en revistas científicas

- J.M. Algarín, F. Breuer, V.C. Behr and M.J. Freire, "Analysis of the noise correlation in MRI coil arrays loaded with metamaterial magnetoinductive lenses ", *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. XX, pp. XXXXX, 2015. Factor de impacto: 3,799.

- J. M. Algarin, M.J. Freire, F. Breuer, V. C. Behr, "Metamaterial lens performance as a function of field strength", *J. Magn. Reson. vol.* 247, pp. 9-14, 2014. Factor de impacto: 2,315.

- M.J. Freire, M.A. Lopez, F. Meise, J.M. Algarín, P.M. Jakob, M. Bock, "A broadside-split-ring resonator-based coil for MRI at 7 T ", *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 32(6), pp. 1081-1084, 2013. Factor de impacto: 3,799.

- M.J. Freire, M.A. Lopez, J.M. Algarin, F. Breuer, and R. Marques, "Image acceleration in parallel magnetic resonance imaging by means of metamaterial magnetoinductive lenses", *AIP Advances*, vol. 2, pp. 022136 1-7, 2012. Factor de impacto: 1,349.

- J.M. Algarin, M.A. Lopez, M.J. Freire and R. Marques, "Signal-to-noise ratio evaluation in resonant ring metamaterial lenses for MRI applications", *New Journal of Physics*, vol. 13, pp. 115006 1-12, 2011. Factor de impacto: 4,177.

- J.M. Algarín, M.J. Freire, R. Marqués, "Comparative analysis of the transfer function of closed and open split-ring metamaterial slab lenses", *Metamaterials*, vol. 5, pp. 107-11, 2011. Factor de impacto: 1,664.

- M.C. Velázquez, M.J. Freire, J.M. Algarín and R. Marqués, "Demostration of negative refraction of microwaves ", *American Journal of Physics*, vol. 79, pp. 349-352, 2011. Factor de impacto 0,782. El trabajo fue portada de este número.

- M.A. Lopez, M.J. Freire, J.M.Algarin, V.C. Behr, P.M. Jakob and R. Marques, "Nonlinear split-ring metamaterial slabs for magnetic resonance imaging", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 98, pp. 133508 1-3, 2011. Factor de impacto: 3,844.

- J.M. Algarin, M.J. Freire, M.A. Lopez, M. Lapine, P.M. Jakob, V.C. Behr and R. Marques, "Analysis of the resolution of split-ring metamaterial lenses with application in parallel magnetic resonance imaging", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 98, pp. 014105 1-3, 2011. Factor de impacto: 3,844.

Comunicaciones en Congresos

- J.M. Algarín, M.J. Freire, F. Breuer and V.C. Behr, "Noise correlation reduction with metamaterial magnetoinductive lenses ", 30^{th} ESMRMB, Toulouse, France, 2013.

- M.J. Freire, J.M. Algarín and R. Marqués, "Reduction of noise correlation in magnetic resonance imaging coil arrays with metamaterials ", Metamaterials, Bourdeaux, France, 2013.

- M.A. López, J.M. Algarín, M.J. Freire and R. Marqués, "Analysis of array decoupling mechanisms using magneto-inductive metamaterial lenses at 1.5 Tesla ", 29^{th} ESMRMB, Lisbon, Portugal, 2012.

- M.J. Freire, M.A. López, J.M. Algarín, F. Breuer adn R. Marqués, “Magneto-inductive lenses for reduction of correlated noise in parallel magnetic resonance imaging ”, Metamaterials, Saint Petesburg, Russia, 2012.
- M.A. López, J.M. Algarín, M.J. Freire, F. Breuer and R. Marqués, “Application of magnetoinductive metamaterial lenses in parallel imaging ”, 20^{th} ISMRM, Melbourne, Australia, 2012.
- J.M. Algarín, M.A. López, M.J. Freire and R. Marqués, “Split-ring metamaterials for MRI applications ”, META’12, París, France, 2012.
- M.A. López, G. Lykowsky, J.M. Algarín, M.J. Freire, M.C. Velázquez, P. Jakob and R. Marqués, “A loop coil design based on the broadside coupled split ring resonator at 7T ”, 19^{th} ISMRM, Montreal, Canada, 2011.
- M.A. López, J.M. Algarín, M.J. Freire, P. Jakob, V.C. Behr and R. Marqués, “A broadside-coupled-loop coil at 7T whole body system ”28^{th} ESMRMB, Leipzig, Germany, 2011.
- J.M. Algarín, M.A. López, M.J. Freire and R. Marqués, “SNR improvement of MRI coils by means of metamaterial lenses ”, 28^{th} ESMRMB, Leipzig, Germany, 2011.
- J.M. Algarín, M.J. Freire and R. Marqués, “Analysis of the transfer function of splits-ring metamaterial slabs ”, 4^{th} YSMM, Valencia, Spain, 2011.
- J.M.Algarín, M.A. López, M.J. Freire, R. Marqués, P. M. Jakob and V.C. Behr, “Analysis of the focusing properties of split-ring metamaterial superlenses for magnetic resonance imaging applications ”, 4^{th} International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics, Karlsruhe, Germany, 2010.
- J.M. Algarín, M.J. Freire, M. Lapine, R. Marqués, “Experimental Analysis of Realistic Resonant Ring Metamaterial Lenses ”, 2010 IEEE AP-S International Symposium, Toronto, Canada, 2010.

- J.M. Algarín, M.J. Freire, F. Breuer and V.C. Behr, “Metamaterial magneto-inductive lens performance as a function of field strength and acceleration factor ”, XXIX Simposium Nacional URSI, Valencia, España, 2014.
- J.M. Algarín, M.J. Freire and R. Marqués, “Noise correlation reduction in MRI coil arrays by means of metamaterial magnetoinductive lenses ”, XXVIII Simposium Nacional URSI, Santiago de Compostela, España, 2013.
- J.M. Algarín, M.J. Freire, M.A. López, R. Marqués, P. Jakob and V.C. Behr, “Nonlinear metamaterials for MRI applications ”, XXVI Simposium Nacional URSI, Leganés, España, 2011. Trabajo galardonado con el Premio URSI 2011.
- J. M. Algarín, M. J. Freire, R. Marqués, M.A. López “Lentes de $\mu = -1$: Resolución y aplicación en imágen por resonancia mangética en paralelo ”XXV Simposium Nacional URSI, Bilbao, Septiembre 2010. Trabajo galardonado con el Premio URSI 2010.

Contratos 68/83

- Antena de resonancia magnética multicanal para imagen de dermis. Hospital Los Madroños (Brunete, Madrid) (2258/0390).

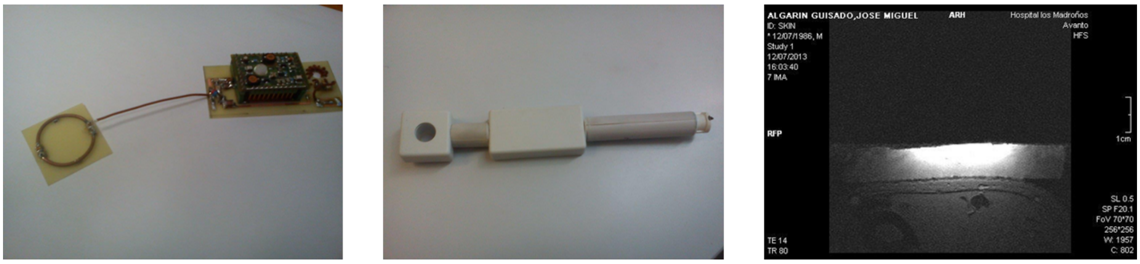

Figura 15: Prototipo de antena de piel realizado para el Hospital Los Madroños de Brunete, Madrid.

- Diseño y desarrollo de una antena de resonancia magnética para imagen de piel. Hospital Los Madroños (Brunete, Madrid) (1773/0390).

Convenios

- Convenio de investigación entre la Universida de Sevilla y el Hospital Universitario Virgen Macarena de Sevilla: “Investigación de la aplicación de Metamateriales electromagnéticos en la técnica de imagen por resonancia magnética”.

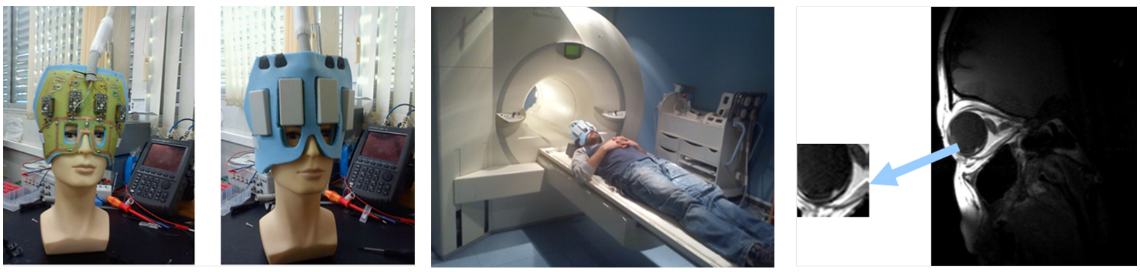

Figura 16: Prototipo de antena de órbitas oculares realizado para el Hospital Universitario Virgen Macarena de Sevilla.

Premios

- Premio a Investigador Joven URSI 2011.
- Premio a Investigador Joven URSI 2010.

Noticias en prensa

- Primeros pasos de un joven ingeniero palaciego, Diario de Sevilla, 13 de diciembre de 2010, http://www.diariodesevilla.es /article /vivirensevilla /858822 /primeros /pasos /joven /ingeniero /palaciego.html
- "La primera antena para resonancia magnética hecha en España", Diario de Sevilla, martes 29 de enero de 2013, edición impresa.
- "Crean una antena pionera para resonancia magnética ", El Mundo, 5 de enero de 2013, edición impresa.
- Informativos Canal Sur TV del 19 de octubre de 2012.